

闫哲睿, 陈丽, 马转转, 等. 基于自适应无迹卡尔曼滤波的移动小车多定位系统融合[J]. 智能计算机与应用, 2025, 15(10): 65-73. DOI:10.20169/j.issn.2095-2163.251010

# 基于自适应无迹卡尔曼滤波的移动小车多定位系统融合

闫哲睿, 陈丽, 马转转, 梁天

(上海工程技术大学 航空运输学院(飞行学院), 上海 201620)

**摘要:** 传感器定位是实现自动驾驶的关键技术,但单一传感器定位系统由于传感器自身缺陷在面对复杂环境下存在定位精度不高,算法失灵等问题。相对而言,多传感器定位系统融合则可以弥补单一传感器缺陷,提高定位精度。为了提高系统定位精度,本文设计了一种基于自适应噪声的无迹卡尔曼滤波多定位系统融合算法。此算法选用 CTRA (Constant Turn Rate and Acceleration) 模型作为运动模型,根据时间序列法融合多种传感器构建观测模型,并在滤波算法中加入自适应噪声来适应复杂环境。实验表明,无自适应噪声的融合定位系统精度比单一激光和视觉定位系统分别提高 6.8% 和 21.1%,而在有自适应噪声的情况下,进一步提高约 1.5%。对比单一传感器定位系统,该算法有效提高了系统定位精度。

**关键词:** 无迹卡尔曼滤波; 自适应噪声; GMapping; ORB-SLAM2; 融合定位

中图分类号: TP242.6

文献标志码: A

文章编号: 2095-2163(2025)10-0065-09

## Adaptive UKF-based fusion of multiple positioning systems for mobile vehicles

YAN Zherui, CHEN Li, MA Zhuanzhuan, LIANG Tian

(School of Air Transportation and School of Flying, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

**Abstract:** Sensor positioning is crucial for achieving autonomous driving. However, a single sensor positioning system may suffer from low accuracy and algorithm failure in complex environments due to sensor defects. On the other hand, a multi-sensor positioning system can compensate for these defects and improve accuracy. To enhance the system's positioning accuracy, this paper presents an Unscented Kalman Filter fusion algorithm that employs adaptive noise. The algorithm utilises the CTRA (Constant Turn Rate and Acceleration) model as the motion model, fuses multiple sensors to construct an observation model using the time series method, and incorporates adaptive noise in the filtering algorithm to accommodate complex environments. The experiments demonstrate that the accuracy of the fused localization system without adaptive noise improves by 6.8% and 21.1% over the single laser and visual localisation systems, respectively. Additionally, the accuracy further improves by approximately 1.5% in the presence of adaptive noise. The algorithm effectively enhances the system positioning accuracy compared to the single sensor positioning system.

**Key words:** Unscented Kalman Filter; adaptive noise; GMapping; ORB-SLAM2; fused localization

## 0 引言

近年来,随着机器人技术的不断发展,即时定位与地图构建技术 (Simultaneous Localization and Mapping, SLAM) 已经成为研发全自主移动机器人的关键<sup>[1]</sup>。移动机器人依靠自身的传感器获取环境信息,实时建立地图,从而实现精确定位。目前,移动小车上通用的传感器有激光雷达和视觉相机<sup>[2]</sup>。因此,基于激光的 SLAM 系统<sup>[3]</sup>和基于视觉

的 SLAM 系统<sup>[4]</sup>也随即成为了领域热点研究课题。

激光雷达的优点是可在 1 s 内获取大量的位置点信息 (称为点云),并根据这些信息进行地图建模,缺点是在长直环境下定位精度会下降,并无法获得载体速度信息<sup>[5]</sup>。激光雷达分为单线和多线两种<sup>[6]</sup>,单线雷达一般应用在平面运动场景,多线雷达应用在三维运动场景。单线雷达构建二维地图的 SLAM 算法称为 2D lidar SLAM,包括 GMapping<sup>[7]</sup>、Hector<sup>[8]</sup>、Karto<sup>[9]</sup>和 Cartographer<sup>[10]</sup>等算法。视觉

基金项目: 国家自然科学基金 (52175103)。

作者简介: 闫哲睿 (1998—),男,硕士研究生,主要研究方向: 交通通信与智能信息处理,多传感器融合。

通信作者: 陈丽 (1975—),女,博士后,教授,博士生导师,主要研究方向: 飞行器和机器人的动力学与控制。Email: 1138669837@qq.com。

收稿日期: 2024-01-15

哈尔滨工业大学主办 ◆ 学术研究与应用

SLAM 可以分为特征点法和直接法<sup>[11]</sup>。其中,特征点法是根据提取、匹配特征点来估计相机运动,优化的是重投影误差,常见的开源方法有 ORB-SLAM 系列等<sup>[12]</sup>。直接法具有速度快、可以省去计算特征点和描述子时间等优点。但由于该方法假设了灰度不变,所以易受光照变化影响定位。

可见,激光 SLAM 和视觉 SLAM 各自存在优点和不足,因此激光和视觉的融合方法应运而生<sup>[13]</sup>,激光和视觉的融合方式可以分为紧耦合和松耦合两种。其中,紧耦合是指将多传感器获得的数据置于一个优化问题中,计算出小车的最优位姿。松耦合是指多个传感器系统通过各自观测信息得到的位姿结果,再次通过滤波的算法进行优化。由于松耦合具有可扩展性强、计算效率高、提高系统鲁棒性等优点,因此基于卡尔曼滤波器的松耦合方案具有较好的实用性。2022 年,姜文飞<sup>[14]</sup>提出了一种融合视觉位姿和激光位姿的 SLAM 松耦合系统框架,通过一种基于过去因子的改进扩展卡尔曼滤波实现相机数据和 2D 激光雷达传感器数据的松耦合融合机制。2022 年,马振强<sup>[15]</sup>提出一种基于雷达惯导和视觉松耦合的算法框架,采用误差状态卡尔曼滤波对激光传感器的局部地图匹配的残差项和视觉传感器的重投影误差进行位姿融合,以激光传感器周期为基准,通过插值计算将激光帧和视觉帧的时间戳对齐。无迹卡尔曼滤波(UKF)<sup>[16]</sup>是著名的非线性滤波方法,相较于扩展卡尔曼滤波(EKF)<sup>[17]</sup>通过泰勒展开将非线性模型进行线性化,UKF 通过无迹变换的方法,构造 Sigma 点集,实现对非线性函数预测和更新,无需再计算大量的雅克比矩阵。

在噪声处理方面,2016 年,戴卿等学者<sup>[18]</sup>提出一种快速 UKF 算法,将低成本联捷惯导和 GPS 松耦合得到系统状态方程,针对噪声的不确定和协方差矩阵的高维计算量,结合最大后验估计和矩阵奇异值分解来改进 UKF 噪声,但是由于 SVD 分解的不唯一性,有些情况下的噪声无法得到良好改善。2018 年,段珂<sup>[19]</sup>在 BDS、GPS 和 GLONASS 三系统时空统一的基础上构建多系统定位模型,将定位过程中的测量噪声和过程噪声建模以削弱误差对定位精度的影响,提出采用了蚁群算法优化噪声的 UKF 算法来定位小车位姿,但蚁群算法计算复杂度高,往往会花费大量时间,且容易陷入局部最优解。2023 年,杨秀建等学者<sup>[20]</sup>提出对 UWB、IMU 和里程计编码器信息的多传感器融合定位方法,通过遗忘因子来减小误差协方差矩阵、从而改变噪声,再加入渐消

因子抑制 UWB 异常值对滤波估计的影响,实现对传统 UKF 算法的改进,但论文选用的 Sage-Husa 滤波器在对高维系统噪声的特性统计的修正效果较差,无法实现良好的自适应效果。目前,对于噪声的研究仍然没能将消除非线性影响与减小计算量实现高效结合。

考虑到实验室小车同时具备激光传感器和视觉传感器,以及现有成熟的基于激光的 GMapping 和基于视觉的 ORB-SLAM2 技术的各自优缺点,本论文提出双定位系统的融合方案。论文采用基于时间顺序的 UKF 松耦合算法方案,在 UKF 预测运算时,使用 CTRA(Constant Turn Rate and Acceleration)运动模型作为预测模型,使用 GMapping 和 ORB-SLAM2 的数据作为观测值,基于时间顺序意味着只要有观测数据产生,就对预测值进行修正,提高了系统的可靠性。该方法消除了通过线性插值法产生的数据误差,缓解了大量数据涌入造成的算力拥堵,其缺点是可能带来不同定位系统交互校正带来的数据抖动。为了减少真实环境下噪声的无规律性影响,构建了基于极大后验概率的噪声估计器,既降低了计算的复杂程度,避免了 SVD 分解方法的不稳定性,还进一步提高了系统的定位精度。

## 1 传感器定位系统

论文搭建的移动机器人实验平台如图 1 所示。该移动机器人搭载型号为 sick-TIM571 的 2D 激光雷达和型号为 Realsense D435 的深度相机作为传感器。移动实验平台上搭载了 9.46 kg 的柔性机械臂结构,系统的整体重心位于平台的上表面。在运动中,由于机械臂的晃动和惯性的影响,会影响小车的运动轨迹的定位精度。通过融合算法可以有效地提高系统负载条件下的定位精度。



图1 移动机器人

Fig. 1 Mobile robot

### 1.1 基于激光的 GMapping 定位原理

SLAM 的本质是一个状态估计问题, 因此可以将 SLAM 问题转化为求解后验概率的问题。本文选用的激光定位系统为 GMapping<sup>[7]</sup>, 这是基于粒子滤波的定位方法, 采用里程计运动模型更新粒子位姿。期间引入了 1 次平移噪声和 2 次旋转噪声, 导致粒子分布又扁又宽, 而激光雷达数据没有累积误差且精度高, 因此基于激光雷达数据进行地图匹配, 可以改善粒子分布范围。根据计算采样粒子群粒子的最大后验概率, 实现定位的功能, 其定位原理如图 2 所示。

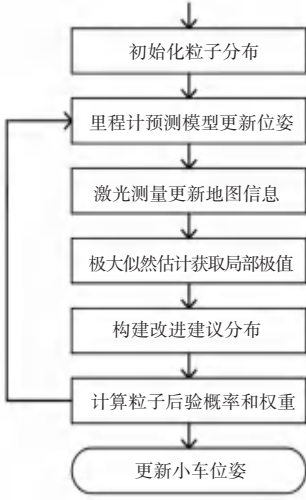


图 2 GMapping 定位原理

Fig. 2 GMapping positioning principle

本文中通过 GMapping 程序可以得到小车运动时三轴位移量  $x_l, y_l, z_l$  和四元数  $q_{l0}, q_{l1}, q_{l2}, q_{l3}$ , 经过四元数转欧拉角公式计算得到小车偏航角  $\varphi_l$ :

$$\varphi_l = \arctan \frac{2(q_{l0}q_{l3} + q_{l1}q_{l2})}{1 - 2(q_{l2}^2 + q_{l3}^2)} \quad (1)$$

研究可知,  $x_l, y_l, \varphi_l$  和时间  $t$  均为基于 GMapping 的观测模型变量。

雷达传感器由于在长直走廊环境或周围障碍物反射效果差的情况下, 无法提供足够的测量结果, 所以导致系统定位误差大, 需要融合其他传感器定位数据来提高定位精度。

### 1.2 基于视觉的 ORB-SLAM2 定位原理

本文所选的视觉定位系统为 ORB-SLAM2<sup>[12]</sup>, 该算法支持多种类型相机(单目、双目和 RGB-D 相机), 适用性强, 具有回环检测功能, 提高了算法的鲁棒性。ORB-SLAM2 程序通过相邻两关键帧之间的位姿变换, 迭代求解出小车的当前位姿, 如图 3 所示。

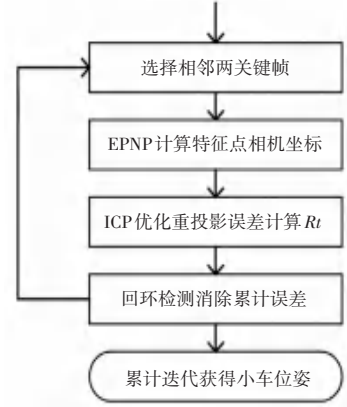


图 3 ORB-SLAM2 定位原理

Fig. 3 ORB-SLAM2 positioning principle

在实验中, ORB-SLAM2 获得的观测数据有小车关键帧与前一时刻的位姿变换  $x_v, y_v, z_v$  与四元数  $q_{v0}, q_{v1}, q_{v2}, q_{v3}$ , 经过式(1)得到小车偏航角  $\varphi_v$ 。

由于算法的局限性, 视觉传感器在场景变化较快时、例如转弯等容易丢失关键帧, 无法准确识别特征点进行匹配, 导致定位精度下降, 故可以选择融合其他传感器系统来提升数据精度。

## 2 基于 UKF 的双定位系统融合

为了提高定位精度, 本文采用 UKF 算法将激光、视觉定位的位姿信息进行融合。UKF 是一种通过无迹变化来捕捉非线性系统状态变化的滤波算法。与传统的卡尔曼滤波相比, UKF 能够更好地处理非线性系统, 准确估计非线性系统的状态变量。与粒子滤波<sup>[21]</sup>等其他非线性滤波方法相比, UKF 具有较低的计算复杂度。

### 2.1 预测模型

在估计小车运动位姿时, 需要建立对应的运动学模型来获取小车的预测位姿。本文实验中的移动机器人可以实现匀速转弯和匀变速直线运动, 所以选择 CTRA<sup>[22]</sup> 模型作为实验中的运动模型。

在 CRTA 模型中, 目标的状态量为:

$$\mathbf{x} = [x, y, v, a, \varphi, \omega]^T \quad (2)$$

其中,  $x, y$  表示小车在世界坐标系上的位置;  $v$  表示小车的速度;  $a$  表示小车的加速度;  $\varphi$  表示世界坐标系下的航向角;  $\omega$  表示小车运动的角速度。

系统的过程噪声为  $\mathbf{q}$ , 可以表示为:

$$\mathbf{q} = [\dot{a}, \dot{\omega}]^T \quad (3)$$

其中,  $\dot{a}$  表示小车的加加速度,  $\dot{\omega}$  表示小车的角加速度。

假设过程噪声  $\mathbf{q}$  是符合零均值的高斯白噪声,

其协方差矩阵  $\mathbf{Q}^{[23]}$  的定义公式如下:

$$\mathbf{Q} = E\{\mathbf{q}\mathbf{q}^T\} = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 & \sigma_a\sigma_\omega & 0 \\ \sigma_a\sigma_\omega & \sigma_\omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中,  $E\{\cdot\}$  表示随机变量的期望值;  $\sigma_a^2$  和  $\sigma_\omega^2$  分别表示  $\dot{a}$  和  $\dot{\omega}$  的方差。

$$\mathbf{u}_k^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{6}\dot{a}_k\Delta t^3 \cos \varphi_k & \frac{1}{6}\dot{a}_k\Delta t^3 \sin \varphi_k & \frac{1}{2}\dot{a}_k\Delta t^2 & \dot{a}_k\Delta t & \frac{1}{2}\dot{\omega}_k\Delta t^2 & \dot{\omega}_k\Delta t & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

得到运动方程<sup>[22]</sup>:

$$\mathbf{x}'_{k+1} = \mathbf{x}'_k + \Delta t \dot{\mathbf{x}}'_k + \mathbf{u}'_k \quad (7)$$

## 2.2 观测模型

本文观测模型包含激光、视觉定位系统模型。观测方程可以描述为:

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}(\mathbf{x}'_k) + \mathbf{r}_k \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{r}_k$  表示零均值的高斯白噪声,其协方差矩阵为  $\mathbf{R}_k$ 。

激光和视觉的观测模型分别为<sup>[24]</sup>:

$$\mathbf{Z}_{kl}^T = [x_l \ y_l \ \varphi_l], \quad \mathbf{Z}_{kv}^T = [x_v \ y_v] \quad (9)$$

其中,  $[x_l \ y_l \ \varphi_l]$  分别表示激光雷达测量的小车在世界坐标系上的位置和航向角,  $[x_v \ y_v]$  表示视觉传感器测量的小车在世界坐标系上的位置。在卡尔曼滤波算法中,通过运动学方程来构建预测模型,对于下一步状态预测及输出预测,再构建观测模型,将预测的状态与预测的观测状态通过卡尔曼增益相结合。

## 2.3 融合定位算法

本文的融合算法以 UKF 算法为框架,通过融合两传感器定位系统实现小车的高精度定位。

(1) 计算小车先验位姿  $\hat{\mathbf{x}}_k$  和协方差  $\hat{\mathbf{P}}_k$ , 公式具体如下:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{x}_{k-1}, \quad \hat{\mathbf{P}}_k = \mathbf{P}_{k-1} \quad (10)$$

其中,  $\mathbf{x}_{k-1}$  和  $\mathbf{P}_{k-1}$  分别表示上一时刻滤波输出的小车位姿和相对应的协方差矩阵。

(2) 对预测方程  $\mathbf{x}'_k$  进行 UT 变换得到 Sigma 点集  $\mathbf{X}_k^{[25]}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{kl i} &= \mathbf{x}'_i, & i &= 0 \\ \mathbf{X}_{kl i} &= \mathbf{x}'_0 + (\sqrt{(\lambda + n_a)\mathbf{P}_{k-1}})_i, & i &= 1, 2, \dots, n_a \\ \mathbf{X}_{kl i} &= \mathbf{x}'_0 - (\sqrt{(\lambda + n_a)\mathbf{P}_{k-1}})_i, & i &= n_a + 1, n_a + 2, \dots, 2n_a \end{aligned} \quad (11)$$

其中,  $n_a$  表示状态量的维度,本文中为 8;  $\mathbf{X}_k$  表示一个  $8 \times 17$  的矩阵;下标  $i$  表示矩阵的第  $i$  列;

将噪声向量添加进状态向量内,增广后的向量称为  $\mathbf{x}'$ : 其数学表达式可写为:

$$\mathbf{x}' = [x, y, v, a, \varphi, \omega, \dot{a}, \dot{\omega}]^T \quad (5)$$

$\mathbf{u}'_k$  是由于  $\mathbf{q}$  引起的系统的过程噪声,其表达式为:

$(\sqrt{(\lambda + n_a)\mathbf{P}_{k-1}})_i$  表示扩充矩阵维度构建 Sigma 点集;  $\lambda$  表示一个缩放比例参数,用来降低总的预测误差<sup>[25]</sup>,定义公式为:

$$\lambda = 3 - n_a \quad (12)$$

该方法相较于一般粒子滤波,在保持精度提高的同时,减少了计算量。

(3) 预测小车状态  $\bar{\mathbf{x}}_k$  与协方差  $\bar{\mathbf{P}}_k^{[25]}$ 。计算上一步得到预测状态的 Sigma 点集所对应的权重  $w_i^m$ , 用到的公式为:

$$\begin{aligned} w_i^m &= \frac{\lambda}{\lambda + n_a}, & i &= 0 \\ w_i^m &= \frac{1}{2(\lambda + n_a)}, & i &= 1, 2, \dots, 2n_a \end{aligned} \quad (13)$$

则预测小车的状态  $\bar{\mathbf{x}}_k$  和协方差  $\bar{\mathbf{P}}_k$  为:

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \sum_{i=0}^{2n_a} w_i^m \mathbf{X}_{kl i}, \quad \bar{\mathbf{P}}_k = \sum_{i=0}^{2n_a} w_i^c (\mathbf{X}_{kl i} - \bar{\mathbf{x}}_k) (\mathbf{X}_{kl i} - \bar{\mathbf{x}}_k)^T \quad (14)$$

这里协方差权重  $w_i^c$  表达式如下:

$$\begin{aligned} w_i^c &= \frac{\lambda}{\lambda + n_a} + 1 - \alpha^2 + \beta, & i &= 0 \\ w_i^c &= \frac{1}{2(\lambda + n_a)}, & i &= 1, 2, \dots, 2n_a \end{aligned} \quad (15)$$

其中,  $\alpha$  取 1, 目的是控制采样点的分布状态。对于高斯分布,  $\beta = 2$  最优<sup>[25]</sup>, 这样取值可以合并方程中高阶项的误差,把高阶项影响包括在内。

(4) 计算观测方程  $\bar{\mathbf{z}}_k$  与协方差  $\mathbf{S}_k$ 。根据式 (11)、式 (13) 更新观测状态的 Sigma 点集:

$$\bar{\mathbf{z}}_k = \sum_{i=0}^{2n_a} w_i^m \mathbf{Z}_{kl i} \quad (16)$$

根据式 (15) 权重表达更新协方差  $\mathbf{S}_k$ :

$$\mathbf{S}_k = \sum_{i=0}^{2n_a} w_i^c (\mathbf{Z}_{kl i} - \bar{\mathbf{z}}_k) (\mathbf{Z}_{kl i} - \bar{\mathbf{z}}_k)^T + \mathbf{R}_k \quad (17)$$

(5) 状态更新。首先计算卡尔曼增益  $\mathbf{K}_k$ , 用来表示每次融合数据后不确定性的变化程度<sup>[26]</sup>, 推得



的公式为:

$$K_k = T_k S_k^{-1} \quad (18)$$

其中,  $T_k$  表示互相关系数, 会根据 Sigma 点和预测值之间的差来平衡卡尔曼增益:

$$T_k = \sum_{i=0}^{2n_a} w_i^c (X_{kli} - \bar{x}_k) (Z_{kli} - \bar{z}_k)^T \quad (19)$$

则当前时刻的小车状态  $x_k$  和协方差矩阵  $P_k$  更新为:

$$x_k = \bar{x}_k + K_k (z_k - \bar{z}_k), \quad P_k = \bar{P}_k - K_k S_k K_k^T \quad (20)$$

其中,  $z_k$  表示当前时刻传感器的实际测量值。

综上, 通过算法将两定位系统数据实现了融合。

## 2.4 融合定位方案

图 4 选取了在 80 s 到 100 s 内两定位系统输出数据的时刻表, 可以发现激光定位系统和视觉定位系统的定位数据传输周期并不相同。激光定位系统有固定的输出周期, 而视觉定位系统因为关键帧选取的无固定周期性, 导致输出数据周期不固定。通过时间序列法可以弥补空缺时间内缺少的数据, 有效提高算法效率, 实现融合算法定位精度的提升。

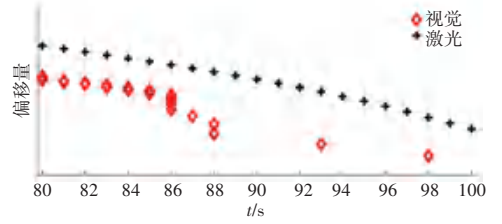


图 4 时间周期对比图

Fig. 4 Comparison chart for the time period

本文所提的融合定位系统方案原理如图 5 所示。前文给出 2 个观测方程, 通过时间序列法<sup>[27]</sup>依次将式(8)、式(9)得到的定位系统数据输入到 UKF 滤波器中, 更新小车位姿。方案实现步骤具体如下:

(1) 预测模型更新。

(2) 对预测方程进行 UT 变换得到 Sigma 点集和协方差矩阵。

(3) 依据时间序列法选取观测模型, 将运动模型更新结果输入到观测模型中。

(4) 对观测方程进行 UT 变换得到 Sigma 点集和协方差矩阵。

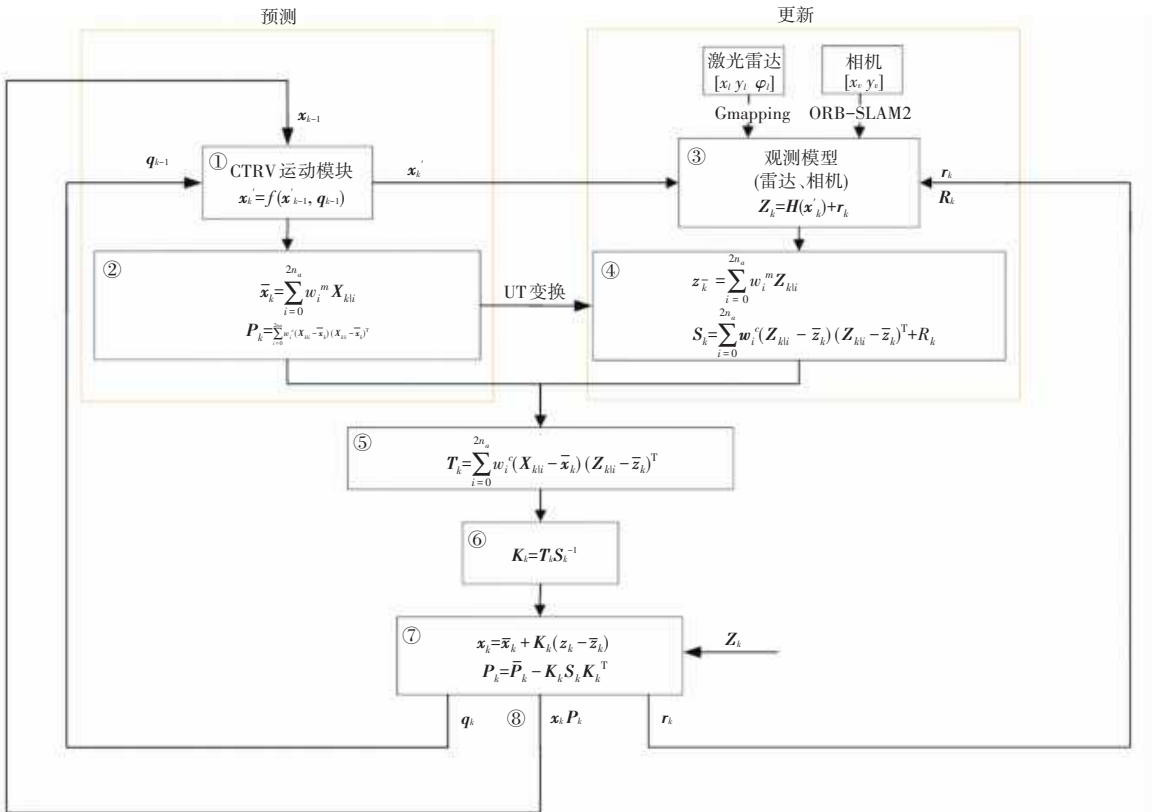


图 5 融合定位流程图

Fig. 5 Flowchart of fusion positioning

(5)求得卡尔曼增益。

(6)带入定位系统真值计算小车位姿与协方差矩阵。

(7)将求得的位姿与协方差带入下一时刻循环流程。

### 3 自适应噪声估计器

传统的 UKF 算法中,将噪声的协方差矩阵设计为定值。为了使得融合结果更贴近真值,论文基于极大后验原理构建误差损失函数,加入自适应权值对未知时变的噪声统计进行实时估计和修正。

首先,构造误差损失函数  $J^{[28]}$ :

$$J = p(\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_k) \quad (21)$$

其物理含义为当  $\mathbf{Z}_k = (z_1, \dots, z_k)$  为已知概率、在  $\mathbf{Q}$  和  $\mathbf{R}$  未知时,  $\mathbf{X}_k = (x_0, \dots, x_k)$  最大可能的概率。

根据贝叶斯公式可得<sup>[29]</sup>:

$$J = \frac{p(\mathbf{Z}_k, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{X}_k)}{p(\mathbf{Z}_k)} = \frac{p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{X}_k) p(\mathbf{X}_k | \mathbf{Q}, \mathbf{R}) p(\mathbf{Q}, \mathbf{R})}{p(\mathbf{Z}_k)} \quad (22)$$

由于  $p(\mathbf{Z}_k)$  已知,同最优化问题无关,可以改成归一化常数,将上述问题近似于<sup>[30]</sup>:

$$J \propto p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{X}_k) p(\mathbf{X}_k | \mathbf{Q}, \mathbf{R}) p(\mathbf{Q}, \mathbf{R}) \quad (23)$$

其中,  $p(\mathbf{Q}, \mathbf{R})$  与先验概率有关,作为已知事实,也可以视作常值。

由于非线性系统中,在本文中噪声均假设为互不相关的零均值高斯正态分布,有如下计算公式<sup>[31]</sup>:

$$p(\mathbf{X}_k | \mathbf{Q}, \mathbf{R}) = \prod_{j=0}^k p(\mathbf{x}_j | \mathbf{Q}, \mathbf{R}) \quad (24)$$

由隐马尔科夫链式法则可以将上式化简为<sup>[32]</sup>:

$$p(\mathbf{X}_k | \mathbf{Q}, \mathbf{R}) = p(\mathbf{x}_0) p(\mathbf{x}_1 | \mathbf{x}_0, \mathbf{Q}) \cdots p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{Q}) = p(\mathbf{x}_0) \prod_{j=1}^k p(\mathbf{x}_j | \mathbf{x}_{j-1}, \mathbf{Q}) \quad (25)$$

根据多元高斯分布概率密度公式可得:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_0) \prod_{j=1}^k p(\mathbf{x}_j | \mathbf{x}_{j-1}, \mathbf{Q}) &= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{|\mathbf{p}_0|}} \exp\left(-\frac{1}{2} \|\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0\|_{\mathbf{p}_0}^2\right) \times \\ &\prod_{j=1}^k \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{|\mathbf{Q}|}} e^{(-\frac{1}{2} \sum_{i=0}^{2n_a} \|w_i^c(\mathbf{X}_{ji}(7:8,:)) - \bar{\mathbf{x}}_j(7:8,:)\|^2_{\mathbf{Q}^{-1}})} = \\ &C_1 \frac{1}{\sqrt{|\mathbf{p}_0|} (\sqrt{|\mathbf{Q}|})^k} e^{(-\frac{1}{2} [\|\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0\|_{\mathbf{p}_0}^2 + \sum_{j=1}^k \sum_{i=0}^{2n_a} \|w_i^c(\mathbf{X}_{ji}(7:8,:)) - \bar{\mathbf{x}}_j(7:8,:)\|^2_{\mathbf{Q}^{-1}}])} \end{aligned} \quad (26)$$

其中,  $\hat{\mathbf{x}}_0$  表示初始时刻的均值;  $n$  表示系统状态维数;  $C_1 = 1/(2\pi)^{n(k+1)/2}$  为常数;  $|\mathbf{A}|$  表示  $\mathbf{A}$  的行列式;  $\|\boldsymbol{\mu}\|_A^2 = \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{A} \boldsymbol{\mu}$  表示二次型。引入  $\mathbf{x}(7:8,:)$  表示该矩阵的第 7 和 8 行组成一个新矩阵,是状态量的噪声。和文献[28]相比,加强了计算的非线性性,在无迹变化中让噪声变量参与其中。

已知测量值为  $\mathbf{Z}_k = (z_1, \dots, z_k)$ , 由于噪声是互不相关的零均值高斯正态分布,类似式(26)化简得:

$$p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{X}_k) = \prod_{j=0}^k p(\mathbf{Z}_j | \mathbf{R}, \mathbf{X}_j) = C_2 \frac{1}{(\sqrt{|\mathbf{R}|})^k} e^{(-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \|z_j - h(\mathbf{x}_{j-1}) - r_j\|_{\mathbf{R}^{-1}}^2)} \quad (27)$$

其中,  $l$  表示测量维度,  $C_2 = 1/(2\pi)^{lk/2}$  为常数。

将式(26)、式(27)带入到式(23)可得:

$$J \propto p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{X}_k) p(\mathbf{X}_k | \mathbf{Q}, \mathbf{R}) p(\mathbf{Q}, \mathbf{R}) = C_3 \frac{1}{(\sqrt{|\mathbf{Q}|})^k (\sqrt{|\mathbf{R}|})^k} \cdot e^{(-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \|\sum_{i=0}^{2n_a} w_i^c(\mathbf{X}_{ji}(7:8,:)) - \bar{\mathbf{x}}_j(7:8,:)\|^2_{\mathbf{Q}^{-1}} + \sum_{j=1}^k \|z_j - h(\mathbf{x}_{j-1}) - r_j\|_{\mathbf{R}^{-1}}^2)} \quad (28)$$

其中,

$$C_3 = C_1 C_2 \frac{1}{\sqrt{|\mathbf{p}_0|}} p(\mathbf{Q}, \mathbf{R}) \times e^{(-\frac{1}{2} \|\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0\|_{\mathbf{p}_0}^2 - 1)} \quad (29)$$

对公式左右同时取对数得:

$$\begin{aligned} \ln J &= -\frac{k}{2} \ln |\mathbf{Q}| - \frac{k}{2} \ln |\mathbf{R}| - \\ &\frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \left\| \sum_{i=0}^{2n_a} w_i^c(\mathbf{X}_{ji}(7:8,:)) - \bar{\mathbf{x}}_j(7:8,:) \right\|_{\mathbf{Q}^{-1}}^2 - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \|z_j - h(\mathbf{x}_j) - r_j\|_{\mathbf{R}^{-1}}^2 + \ln C \end{aligned} \quad (30)$$

由于  $J$  与  $\ln J$  有共同的极值点,令其偏导为 0,得:

$$\frac{\partial \ln J}{\partial \mathbf{Q}_k} = 0, \quad \frac{\partial \ln J}{\partial \mathbf{R}_k} = 0 \quad (31)$$

由于噪声服从零均值的高斯分布,则可以得到最大后验概率噪声估计器为:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Q}}_k &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \left\{ \left[ \sum_{i=0}^{2n_a} w_i^c(\mathbf{X}_{ji}(7:8,:)) - \bar{\mathbf{x}}_j(7:8,:) \right] \times \right. \\ &\left. \left[ \sum_{i=0}^{2n_a} w_i^c(\mathbf{X}_{ji}(7:8,:)) - \bar{\mathbf{x}}_j(7:8,:) \right]^T \right\} \\ \hat{\mathbf{R}}_k &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \left\{ [z_j - h_j(\mathbf{x}_j) - r_j] \times [z_j - h_j(\mathbf{x}_j) - r_j]^T \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

其中,  $h_j(\mathbf{x}_j)$  表示状态预测  $\mathbf{x}_j$  经过量测函数  $h_j(\cdot)$  传递之后的后验值<sup>[33]</sup>。

这样就可以获得噪声估计,但是随着时间的递推,早期时刻的状态对于当前时刻噪声的影响开始逐渐减少,因此可以通过指数加权的方式来构造自适应噪声<sup>[34]</sup>。

当有一组数据  $\{a_n\}$ , 每一项都受到前面项的影响,指数加权平均定量描述了这种影响。指数加权平均的一般公式为<sup>[34]</sup>:

$$L_t = \beta L_{t-1} + (1 - \beta) \theta_t \quad (33)$$

其中,  $\beta$  是一个超参数,可以人为设定一个值;  $L_t$  表示  $t$  时刻下的估计值;  $\theta_t$  表示第  $t$  个数据的测量值。  $L_t$  经过指数加权平均后,曲线会更加平滑。

对于噪声,可以根据式(32)中更改加权系数来更新公式:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Q}}_k &= \beta_Q \hat{\mathbf{Q}}_{k-1} + (1 - \beta_Q) \left[ \sum_{i=0}^{2n_a} w_i^c(\mathbf{X}_{ji}(7:8, :) - \bar{\mathbf{x}}_j(7:8, :)) \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[ \sum_{i=0}^{2n_a} w_i^c(\mathbf{X}_{ji}(7:8, :) - \bar{\mathbf{x}}_j(7:8, :)) \right]^T \right] \\ \hat{\mathbf{R}}_k &= \beta_R \hat{\mathbf{R}}_{k-1} + (1 - \beta_R) \left[ \mathbf{z}_k - h(\mathbf{x}_k) - \mathbf{r}_k \right] \times \\ &\quad \left[ \mathbf{z}_k - h(\mathbf{x}_k) - \mathbf{r}_k \right]^T \end{aligned} \quad (34)$$

这样就可以获得自适应噪声,提高了 UKF 算法的精度和鲁棒性。

## 4 实验及分析

为了验证上文中算法的可行性和有效性,结合文章对移动机器人系统和传感器定位系统模型的分析,本节按照实际应用的需求搭建了移动机器人实验平台,通过在线同步获得 2 个定位系统的数据,采用离线方法进行数据融合算法研究,并对论文算法进行实验和结果分析。

### 4.1 数据获得和分析

首先搭建实验场景,实验选自一块平坦且采光较好的空地,并在周围提供了很多具有图像特征的物体,便于提高激光与视觉传感器对周围物体提取特征的精度。实验场景如图 6 所示。小车根据①图的路线前行,在 4 个拐角处各转 90° 以形成一个圆角矩形轨迹,下面的图②③④分别表示拍摄该处拐角的视角图。

单一传感器定位系统均有较明显误差,一般采用均方根绝对误差来衡量。计算得到激光雷达定位系统相较于理想轨迹均方根绝对误差为 10.3%,视

觉传感器定位系统均方根绝对误差为 24.6%。

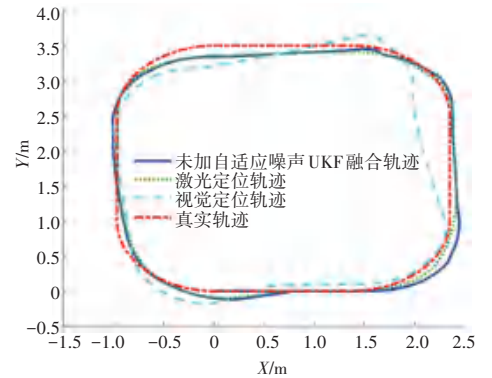


图 6 实验场景

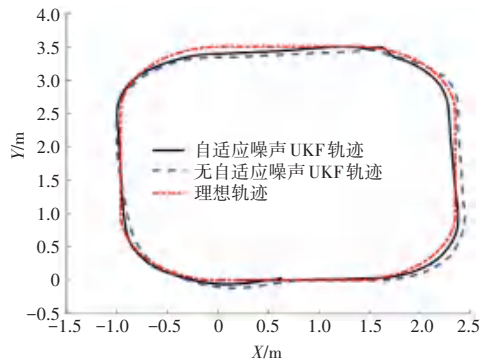
Fig. 6 Experimental scene

### 4.2 数据融合结果

论文采用基于时间顺序的 UKF 松耦合方案,分别进行了常值噪声估计和自适应噪声估计算法的验证。为无自适应噪声算法、激光、视觉三组定位结果同理想真值的比较结果如图 7(a) 所示,该融合算法相较于激光定位和视觉定位在轨迹精度上均有明显提高,计算得出没有加入自适应噪声算法平均绝对误差为 3.5%。无、有自适应噪声算法的对比结果如图 7(b) 所示。分析可知,有自适应噪声算法相比于无自适应噪声算法在轨迹上更加贴合理论结果,计算得到有自适应噪声算法平均绝对误差为 2%。



(a) 无自适应算法、激光、视觉定位结果与理想轨迹



(b) 有/无自适应噪声融合算法与理想轨迹

图 7 实验结果

Fig. 7 Experimental results

图8给出有、无自适应噪声融合算法轨迹误差比较。根据图8得到,无自适应噪声融合算法有2处误差高峰极为明显(①与③范围内)。自适应噪声相比于常值噪声有一定的优化效果,①处误差高峰通过较为准确的视觉定位结果修正了激光雷达定位,减小了误差;③处误差高峰通过自适应滤波算法获取合理的噪声取值,使得滤波结果精度提高,定位误差减少。但当定位系统的预测结果远离真值时,如②处框内两算法误差均有增加。这是由于转角处实验室门打开,空旷场地下雷达没有扫描到障碍物信息,导致定位结果误差偏大,无法完全通过滤波算法来消除误差。

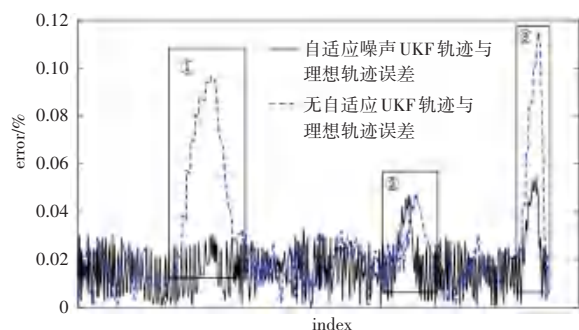


图8 有无自适应噪声融合算法轨迹误差比较

Fig. 8 Comparison of trajectory errors with and without adaptive noise fusion algorithms

## 5 结束语

在滤波算法的实现上,UKF是卡尔曼滤波针对非线性方法的变形。本文为了提高移动机器人定位精度,构建了基于UKF的融合算法将GMapping和ORB-SLAM2进行融合。相较依靠单一传感器定位系统,该融合算法精度有了显著提高。提出了基于时间序列法的融合策略,根据不同传感器定位系统的数据周期特征,弥补了空缺时间内缺少的定位数据,提高了定位的鲁棒性;同时为了进一步提高精度,提出了指数加权的自适应噪声来改进UKF算法,相比于常值噪声,根据小车所处周围环境来优化噪声权值,提高了定位精度。本算法相较于一般UKF算法在鲁棒性和准确性上都有提升,更加适应于非线性场景。

下一步工作将本算法用于在线数据融合实验验证,验证算法的实时性和可用性。

## 参考文献

[1] SMITH R, SELF M, CHEESEMAN P. Estimating uncertain spatial relationships in robotics [J]. Machine Intelligence & Pattern Recognition, 1988, 5(5):435-461.

[2] 杨光,段富海,刘强. 结合视觉和激光雷达的移动机器人定位研究[J]. 机械设计与制造, 2023, 11(5):248-252.

[3] 梁双,倪晓昌,董娇玲,等. 基于激光雷达的SLAM算法综述[J]. 信息与电脑, 2022, 34(3):59-61.

[4] 杨雪梦,姚敏茹,曹凯. 移动机器人SLAM关键问题和解决方法综述[J]. 计算机系统应用, 2018, 27(7):1-10.

[5] 吴正越,张超,林岩. 基于RBPF的激光SLAM算法优化设计[J]. 计算机工程, 2020, 46(7):294-299.

[6] 刘鑫,王忠,秦明星. 多机器人协同SLAM技术研究进展[J]. 计算机工程, 2022, 48(5):1-10.

[7] GRISETTI G, STACHNISS C, BURGARD W. Improved techniques for grid mapping with rao-blackwellized particle filters [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(1):34-46.

[8] KOHLBRECHER S, STRYK V O, MEYER J, et al. A flexible and scalable SLAM system with full 3D motion estimation [C]// Proceedings of the IEEE International Workshop on Safety Security and Rescue Robotics. Piscataway, NJ:IEEE, 2011:155-160.

[9] KONOLIGE K, GRISETTI G, KUEMMERLE R, et al. Efficient sparse pose adjustment for 2D mapping [C]// Proceedings of 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ:IEEE, 2010:22-29.

[10] HESS W, KOHLER D, RAPP H, et al. Real-time loop closure in 2D LIDAR SLAM [C]// Proceedings of 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Piscataway, NJ:IEEE, 2016:1271-1278.

[11] 丁文东,徐德,刘希龙,等. 移动机器人视觉里程计综述[J]. 自动化学报, 2018, 44(3):385-400.

[12] MUR-ARTAL R, TARDOS J D. ORB-SLAM2: An open-source SLAM system for monocular, stereo, and RGB-D cameras [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2017, 33(5):1255-1262.

[13] 梁超,王亮,刘红云. 基于扩展卡尔曼滤波的实时视觉SLAM算法[J]. 计算机工程, 2013, 39(8):231-234.

[14] 姜文飞. 地下车库场景激光与视觉融合的智能汽车SLAM算法研究[D]. 天津:河北工业大学, 2022.

[15] 马振强. 基于多传感器融合的无人车建图和定位研究[D]. 大连:大连理工大学, 2022.

[16] KALMAN R E. A new approach to linear filtering and prediction problems [J]. Journal of Fluids Engineering Transactions of the ASME, 1960, 82(1):35-45.

[17] JULIER S J, UHLMANN J K. Unscented filtering and nonlinear estimation [J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3):401-422.

[18] 戴卿,常允艳. 一种基于MAP噪声估计器的低成本SINS/GPS的快速UKF算法[J]. 四川文理学院学报, 2016, 26(5):5-10.

[19] 段珂. BDS/GPS/GLONASS多系统融合定位方法研究[D]. 上海:上海交通大学, 2018.

[20] 杨秀建,皇甫尚昆,颜绍祥. 基于改进UKF的UWB/IMU/里程计融合定位方法[J]. 中国惯性技术学报, 2023, 31(5):462-471.

[21] ZHAO Mei, ZHANG Santong, ZHU Gang. The application reserch of unscented particle filter algorithm to GPS/DR [C]// Proceedings of 2006 6<sup>th</sup> World Congress on Intelligent Control and Automation. Piscataway, NJ:IEEE, 2006:8717-8721.

[22] XU Jie, PEI Xiaofei, LV Kexuan. Decision-making for complex scenario using safe reinforcement learning [C]// Proceedings of 2020 4<sup>th</sup> CAA International Conference on Vehicular Control and Intelligence (CVCI). Piscataway, NJ:IEEE, 2020:1-6.

[23] DRUGAN M M. Covariance matrix adaptation for multiobjective



- multiarmed bandits[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2019, 30(8):2493–2502.
- [24] SONG H, CHOI W, KIM H. Robust vision-based relative-localization approach using an RGB-depth camera and LiDAR sensor fusion[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics 2016, 63(6):3725–3736.
- [25] RAM S P, NAIR J, GANESAN S. Application of extension of unscented transformation technique to the nonlinear case of error propagation [C]// Proceedings of 2020 40<sup>th</sup> International Conference on Inventive Systems and Control (ICISC). Piscataway, NJ;IEEE, 2020:311–315.
- [26] HAYKIN S, WILEY J. Kalman filtering and neural networks [M]. New York: Wiley, 2001.
- [27] WANG Hongdong. Time series modeling and predicting for highway transport freight[C]// Proceedings of 2011 International Conference on Remote Sensing, Environment and Transportation Engineering. Piscataway, NJ;IEEE, 2011:5603–5605.
- [28] 赵琳, 王小旭, 孙明, 等. 基于极大后验估计和指数加权的自适应 UKF 滤波算法[J]. 自动化学报, 2010, 36(7):1007–1019.
- [29] ARULAMPALAM M S, MASKELL S, GORDON N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(2):174–188.
- [30] THRUN S, BURGARD W, FOX D. Probabilistic robotics[J]. Communications of the ACM, 2002, 45(3):52–57.
- [31] DYTISO A, POOR H V, SHITZ S S. On the distribution of the conditional mean estimator in Gaussian noise[C]//Proceedings of 2020 IEEE Information Theory Workshop. Piscataway, NJ;IEEE, 2021:1–5.
- [32] RABINER L R. A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition[J]. Proceedings of the IEEE, 1989, 77(2):257–286.
- [33] FLORCHINGER P. Filtering equations in infinite dimensional spaces with mixed type observation[C]// Proceedings of the 42<sup>nd</sup> IEEE International Conference on Decision and Control (IEEE Cat. No. 03CH37475). Piscataway, NJ;IEEE, 2003:898–899.
- [34] PRETTO A, MENEGATTI E, PAGELLO E. Omnidirectional dense large-scale mapping and navigation based on meaningful triangulation [C]// Proceedings of 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ;IEEE, 2011:3289–3296.