

文章编号: 2095-2163(2023)01-0208-06

中图分类号: TN911.7

文献标志码: A

基于 TLS-ESPRIT 的改进空间平滑相干信号 DOA 估计算法

胡爽¹, 黄鹏², 蒋凯¹, 李良荣¹

(1 贵州大学 大数据与信息工程学院, 贵阳 550025; 2 北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100000)

摘要: 由于噪声的存在, 现有的相干信号波达方向估计算法在低信噪比、小快拍数和小信号间隔条件下, 性能下降严重。针对这一问题, 本文提出一种基于总体最小二乘法——旋转不变子空间 (Total Least Squares-Estimating Signal Parameter via Rotational Invariance Techniques, TLS-ESPRIT) 算法的改进前后向空间平滑方法, 对相干信源波达方向 (Direction of Arrival, DOA) 进行估计。该方法利用了信号的强相关性和噪声的弱相关性, 通过时空相关协方差矩阵重构平滑后的阵列协方差矩阵, 并将得到的新协方差矩阵应用于 TLS-ESPRIT 算法进行 DOA 估计。通过与其他几种传统的解相干算法建模仿真对比, 该算法在相干源之间的 DOA 距离较近、信噪比 (Signal Noise Ratio, SNR) 较低和快拍数较小的情况下可以更好地估计波达方向, 且具备更高的分辨率和精度。

关键词: 空间平滑; DOA 估计; 相干信源; TLS-ESPRIT 算法

Improved spatial smoothing DOA estimation algorithm for coherent signals based on TLS-ESPRIT

HU Shuang¹, HUANG Peng², JIANG Kai¹, LI Liangrong¹

(1 College of Big Data and Information Engineering, Guizhou University, Guiyang 550025, China;

2 College of Electronic information engineering, Beihang University, Beijing 100000, China)

[Abstract] Due to the existence of noise, the performance of the existing algorithms for estimating the direction of arrival of coherent signals is seriously degraded under the conditions of low signal-to-noise ratio, close signal angle interval and small number of snapshots. To solve this problem, an improved spatial smoothing DOA estimation algorithm for coherent signal based on TLS-ESPRIT is proposed. This method utilizes the strong correlation of the signal and the weak correlation of the noise. First, the smoothed array covariance matrix is reconstructed through the spatiotemporal correlation covariance matrix, and the obtained new covariance matrix is applied to the TLS-ESPRIT algorithm for DOA estimation. Compared with several other traditional decoherence algorithms in modeling and simulation, this algorithm can better estimate DOA with higher resolution and accuracy when the DOA distance between coherent sources is close, the signal noise ratio is low and the number of snapshots is small.

[Key words] spatial smoothing; DOA estimation; coherent sources; TLS-ESPRIT algorithm

0 引言

近年来, 相干信源的波达方向估计受到广泛关注, 并成为阵列信号处理和实际工程应用的一个主要研究范畴, 普遍应用于雷达、导航及移动通信系统中^[1-2]。而基于子空间的算法, 如多重信号分类 (Multiple Signal Classification, MUSIC) 算法、旋转不变信号子空间算法等以其高分辨率的估计性能成为

研究重点。但由于阵列接收数据协方差矩阵秩亏损的问题, 此类算法无法准确估计相干信号源的来波方向。最大似然算法和压缩感知算法对信号的相干性不敏感, 但由于其计算复杂度相当大, 不适合实际应用。为解决这一问题, Evans 等人提出了前向空间平滑算法和前后向空间平滑 (Forward and Backward Spatial Smoothing, FBSS) 算法, 然而阵列孔径的减少致使这些算法的估计性能较差, 并使最大

基金项目: 国家自然科学基金 (61361012)。

作者简介: 胡爽 (1996-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向: 阵列信号波达方向估计; 黄鹏 (1990-), 男, 博士研究生, 主要研究方向: 天线、微波器件、电磁兼容与电磁环境; 蒋凯 (1997-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 阵列天线数字波束形成与波束到达角估计; 李良荣 (1963-), 男, 学士, 教授, 主要研究方向: 天线、电路与系统、电磁场与电磁波等。

通信作者: 李良荣 Email: lrli@gzu.edu.cn

收稿日期: 2022-07-16

可分辨信号的数量减少。

ESPRIT-like 及其变体受到了广泛的关注^[3]。该方法利用样本协方差矩阵 (Sample Covariance Matrix, SCM) 的任意一行重构 Toeplitz 矩阵以恢复矩阵的秩, 再与 ESPRIT 方法结合就可以直接得到 DOA。然而仅应用一行 SCM 可能会导致信息的不完全利用和估计精度下降。此外, 胡茂芹等^[4]提出一种增强的双向空间平滑 (SS-TLSESPRIT) 算法, 此算法先利用双向空间平滑技术对信号做预处理, 再结合 TLS-ESPRIT 算法估计信号的 DOA, 但当外部参数发生变化时, 其估计的精度会大大下降, 因此其稳定性能较差; 为提高阵列元素的利用率, 张薇等^[5]提出托普利茨矩阵重构 (Mutiple-Toeplitz matrix reconstruction, MTOEP) 方法, 但此类算法的鲁棒性受相干信号的相位差和入射角等因素的影响较大; 为了解决这个问题, 张薇等^[6]又提出了一种前后向部分托普利茨矩阵重构 (Forward and Backward Partial Toeplitz Matrices Reconstruction, FB-PTMR) 算法, 该方法仅利用输出协方差矩阵的半行重构 Toeplitz 矩阵, 但在低信噪比下, Toeplitz 重构方法 DOA 估计性能很差。

为克服以上算法缺点, 本文在 TLS-ESPRIT 算法基础上, 提出一种改进的前后向空间平滑算法 (IFBSS-TLSESPRIT), 该方法首先构造出时空相关矩阵子阵列, 有效减小了噪声的影响; 其次, 通过时空相关矩阵重构平滑后的阵列协方差矩阵, 有效地提升了信号的能量, 并进一步提高了 DOA 估计性能; 最后, 将该方法与 TLS-ESPRIT 算法结合, 可直接获得相干信号的 DOA。本文方法有效地提高了在低信噪比、小快拍数以及信号间距较小等情形下相干信号波达方向估计的精确度和成功率。将该方法与其他几种典型算法进行仿真对比, 结果表明了该方法的稳定性和优越性。

1 均匀线阵信号模型

考虑一个由 M 个各向同性的传感器组成的对称均匀直线阵列, 如图 1 所示。相邻传感器的间距为 $d = \lambda/2$ (λ 是信源波长), 设存在 K ($M > K$) 个远场窄带信源从不同来波方向 ($\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K$) 入射至该阵。则该阵所接收到的数据可描述为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta) \cdot \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$ 是天线阵列接收的数据向量; $t = 1, 2, \dots, T$ 是信号采样次

数, 也叫快拍数; $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ 是空间信号向量; $\mathbf{N}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$ 是噪声向量, 噪声满足均值是 0、方差是 δ^2 的高斯分布, 并且与信号是完全不相关的; $\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$ 是导向矢量矩阵, 其中, $\mathbf{a}(\theta)$ 是均匀线阵响应矢量, 包含了角度相关的信息。

理想情况下, 可用式 (2) 表示:

$$\mathbf{a}(\theta_k) = [1, e^{-j \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta_k}, \dots, e^{-j \frac{2\pi d}{\lambda} (M-1) \sin\theta_k}]^T \quad (2)$$

则阵列信号的协方差矩阵为式 (3):

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{XX} &= E[\mathbf{x}(t) \cdot \mathbf{x}^H(t)] = \\ &= \mathbf{A}(\theta) E[\mathbf{S}(t) \cdot \mathbf{S}^H(t)] \mathbf{A}^H + \delta^2 \mathbf{I} = \\ &= \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H + \delta^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (3)$$

其中, \mathbf{R}_s 表示信源协方差矩阵; δ^2 表示噪声功率; \mathbf{I} 表示单位向量。

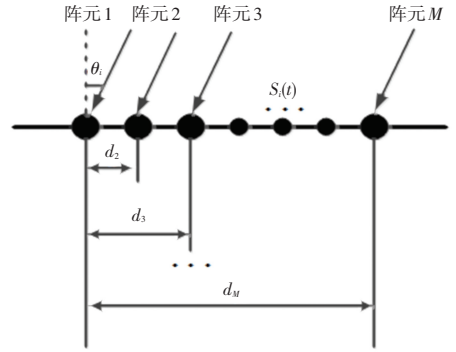


图 1 均匀线阵示意图

Fig. 1 Schematic diagram of uniform line array

2 本文方法

2.1 TLS-ESPRIT 算法模型

假设接收阵列被分成两个一样的重叠子阵列, 阵元数为 M , 且二者的距离为 Δ , 那么对同一信号而言, 其输出值仅存在一个相位差 Φ 。若 \mathbf{B}_x 和 \mathbf{B}_y 分别表示两子阵的接收数据, 则:

$$\mathbf{B}_x = [\mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_2) \dots \mathbf{a}(\theta_K) \mathbf{S}(t)] + \mathbf{N}_1 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_y &= [\mathbf{a}(\theta_1) e^{j\varphi^1} \mathbf{a}(\theta_2) e^{j\varphi^2} \dots \mathbf{a}(\theta_N) e^{j\varphi^K}] \mathbf{S}(t) + \\ &= \mathbf{A} \Phi \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_2 \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\Phi = \text{diag}[e^{j\varphi^1}, e^{j\varphi^2}, \dots, e^{j\varphi^K}]$; $\mathbf{S}(t)$ 是信源; $\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2$ 为噪声矢量; \mathbf{A} 为阵列导向矢量。

将阵列的接收向量定义为 \mathbf{B} , 故其表达式 (6) 为:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_x \\ \mathbf{B}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\Phi \end{bmatrix} \mathbf{S}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{N}_1 \\ \mathbf{N}_2 \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{A}} \mathbf{S}(t) + \mathbf{N} \quad (6)$$

其中, $\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\Phi \end{bmatrix}$ 。

则阵列天线的接收向量 \mathbf{B} 的自相关矩阵,式(7):

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{B}\mathbf{B}^H] = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{R}_z\bar{\mathbf{A}}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (7)$$

其中, \mathbf{R}_z 为信源自相关矩阵, σ^2 为噪声方差。

对 \mathbf{R} 做特征分解,并将特征值由大到小排列,取与前 K 个大的特征值相关的特征向量组成信号子空间,并将其分为 $\mathbf{E}_x, \mathbf{E}_y$ 两个部分,故有唯一且满秩的 $K \times K$ 维矩阵 \mathbf{T} , 使 $\mathbf{E}_x, \mathbf{E}_y$ 满足条件,式(8):

$$\bar{\mathbf{A}}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_x \\ \mathbf{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{T} \\ \mathbf{A}\Phi & \mathbf{T} \end{bmatrix} \quad (8)$$

用 $\mathbf{E}_x, \mathbf{E}_y$ 计算特征值,式(9):

$$\mathbf{E}_{xy}^H \mathbf{E}_{xy} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_x^H \\ \mathbf{E}_y^H \end{bmatrix} [\mathbf{E}_x \quad \mathbf{E}_y] = \mathbf{E}\mathbf{A}\mathbf{E}^H \quad (9)$$

其中, \mathbf{A} 表示信号子空间。

把 \mathbf{E} 分解为 $K \times K$ 维子阵,并且构造 Ψ , 计算 Ψ 的特征值 $\lambda_k (k = 1, 2, \dots, K)$, 式(10)和式(11):

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{11} & \mathbf{E}_{12} \\ \mathbf{E}_{21} & \mathbf{E}_{22} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\Psi = -\mathbf{E}_{12}\mathbf{E}_{12}^{-1} \quad (11)$$

利用求得的特征值来估计信号源的方向 $\theta_n (n = 1, 2, \dots, K)$, 式(12):

$$\theta_n = \arcsin\{c \cdot \text{angle}(\lambda_k) / (\omega_0 d)\} \quad (12)$$

在信源相干的情况下, \mathbf{E} 为非满秩矩阵,即由式(11)得到的特征值数目少于信源数,因此 TLS-ESPRIT 方法无法准确估计相干信号的角度信息,必须加以改进。

2.2 前后向空间平滑算法

对某一窄带均匀线性阵列,第 l 个阵元的接收数据可表示为式(13):

$$x_l(t) = \sum_{i=1}^K \mathbf{a}_l(\theta_i) s_i(t) + \mathbf{n}_l(t) \quad l = 1, 2, \dots, M \quad (13)$$

其中, $\mathbf{a}_l(\theta_i) = e^{j\omega_0 \tau_{li}}$; $\tau_{li} = (l-1)d \sin \theta_i / c$; K 代表信源数; M 代表阵元数; d 是阵元间距; c 是声速。

前向空间平滑技术原理如图2所示,将原阵划分为 p 个相互部分叠合的子阵,并对子阵协方差矩阵进行空间平滑来恢复秩,且各子阵包含 m 个阵元,则 p 和 m 满足: $M = p + m - 1$ 。

如图2所示,前向空间平滑是将第一个子阵当作参考阵,那么第 k 个子阵所接收的数据矢量,式(14):

$$\mathbf{x}_k(t) = [x_k \quad x_{k+1} \quad \dots \quad x_{k+m-1}] = \mathbf{A}\mathbf{D}^{(k-1)}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_k(t) \quad (14)$$

其中,

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} e^{j\beta_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{j\beta_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{j\beta_N} \end{bmatrix}$$

则该子阵的数据协方差矩阵,式(15):

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{A}\mathbf{D}^{(k-1)}\mathbf{R}_s(\mathbf{D}^{(k-1)})^H\mathbf{A}^H + \delta^2\mathbf{I} \quad (15)$$

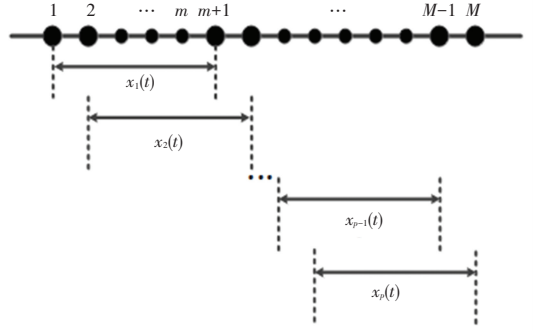


图2 前向空间平滑算法原理

Fig. 2 The principle of forward spatial smoothing algorithm

前向空间平滑处理后所得到的秩恢复的数据协方差矩阵,式(16):

$$\mathbf{R}^f = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \mathbf{R}_i = \mathbf{A} \left(\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \mathbf{D}^{(i-1)} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{(i-1)})^H \right) \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} = \mathbf{A}\mathbf{R}_s^f\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (16)$$

$$\text{其中, } \mathbf{R}_s^f = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \mathbf{D}^{(i-1)} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{(i-1)})^H。$$

同样,后向空间平滑数据协方差矩阵,式(17):

$$\mathbf{R}^b = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \mathbf{R}_{p-i+1} = \mathbf{A} \left(\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \mathbf{D}^{-(m+i-2)} \mathbf{R}_s^* \mathbf{D}^{(m+i-2)} \right) \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} = \mathbf{A}\mathbf{R}_s^b\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (17)$$

$$\text{其中, } \mathbf{R}_s^b = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \mathbf{D}^{(m+i-2)} \mathbf{R}_s \mathbf{D}^{-(m+i-2)}。$$

因为各平滑子阵阵元相同,故 \mathbf{R}^f 和 \mathbf{R}^b 实际上互成共轭倒序阵。再结合共轭倒序不变特性,可得双向空间平滑数据协方差矩阵,式(18):

$$\mathbf{R}^{fb} = (\mathbf{R}^f + \mathbf{R}^b) / 2 \quad (18)$$

对 \mathbf{R}^{fb} 特征分解,得式(19):

$$\mathbf{R}^{fb} = \mathbf{U}_S \mathbf{\Sigma}_S \mathbf{U}_S^H + \mathbf{U}_N \mathbf{\Sigma}_N \mathbf{U}_N^H \quad (19)$$

其中, $\mathbf{\Sigma}_S$ 是包含 i 个较大的特征值的对角矩阵,与其相对应的特征向量组成信号子空间 $\mathbf{U}_S = [e_1, \dots, e_i]$; $\mathbf{\Sigma}_N$ 是包含 $M-i$ 个较小的特征值的对角矩阵,与其相对应的特征向量构成噪声子空间 $\mathbf{U}_N = [e_{i+1}, \dots, e_M]$ 。

得到 M 个特征值 λ , 将这些特征值由大到小排序:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_i > \lambda_{i+1} = \lambda_M = \sigma^2$$

由公式(16)可以看出,前后向空间平滑技术没有改变噪声特性,导致低信噪比下 DOA 估计性能下降。

2.3 改进算法

2.3.1 改进的前后向空间平滑算法

对于公式(16),设任意 $\tau > 0$, 其第 i 个子阵的时空相关矩阵,式(20):

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_i &= E[x_i(t)x_i^H(t-\tau)] = E[(\mathbf{A}\mathbf{D}^{i-1}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_i(t))(\mathbf{A}\mathbf{D}^{i-1}\mathbf{s}(t-\tau) + \mathbf{n}_i(t-\tau))^H] = \\ &= E[(\mathbf{A}\mathbf{D}^{i-1}\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t-\tau)(\mathbf{D}^{i-1})^H\mathbf{A}^H) + \\ &+ E[\mathbf{n}_i(t)\mathbf{n}_i^H(t-\tau)] \end{aligned} \quad (20)$$

其中, $\mathbf{n}_i(t)$ 表示第 i 个子阵的噪声向量。

又因为噪声服从高斯分布,即满足均值为 0,故式(20)可化简为式(21):

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{A}\mathbf{D}^{i-1}E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t-\tau)](\mathbf{D}^{i-1})^H\mathbf{A}^H = \mathbf{A}\mathbf{D}^{i-1}\mathbf{R}_S e^{j\omega\tau}(\mathbf{D}^{i-1})^H\mathbf{A}^H \quad (21)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, K, \omega$ 是载波频率。

构造第 i 个子阵的时空相关协方差矩阵,式(22):

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{iTS} &= (\mathbf{R}_i \mathbf{R}_i^H)^2 = \\ &[\mathbf{A}\mathbf{D}^{i-1}\mathbf{R}_S(\mathbf{D}^{i-1})^H\mathbf{A}^H\mathbf{A}\mathbf{D}^{i-1}\mathbf{R}_S(\mathbf{D}^{i-1})^H\mathbf{A}^H]^2 \end{aligned} \quad (22)$$

将前向时空平滑阵列协方差矩阵定义为时空相关协方差矩阵子阵列的均值,式(23):

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{TS}^f &= \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \mathbf{R}_{iTS} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \mathbf{R}_i \mathbf{R}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{R}_i^H = \\ &\mathbf{A}\mathbf{R}_S^f \mathbf{A}^H \mathbf{A}\mathbf{R}_S^f \mathbf{A}^H \end{aligned} \quad (23)$$

其中, $\mathbf{R}_S^f = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_S (\mathbf{D}^{i-1})^H \mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_S (\mathbf{D}^{i-1})^H$ 。

同样,后向时空平滑阵列协方差矩阵,式(24):

$$\mathbf{R}_{TS}^b = \mathbf{A}\mathbf{R}_S^b \mathbf{A}^H \mathbf{A}\mathbf{R}_S^b \mathbf{A}^H \quad (24)$$

其中,

$$\mathbf{R}_S^b = \frac{1}{p} \times \sum_{i=1}^p \mathbf{D}^{(m+i-2)} \mathbf{R}_S \mathbf{D}^{-(m+i-2)} \mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{D}^{(m+i-2)}$$

$\mathbf{R}_S \mathbf{D}^{-(m+i-2)}$ 。则前后向时空平滑阵列协方差矩阵,式(25):

$$\mathbf{R}_{TS}^b = \frac{1}{2}(\mathbf{R}_{TS}^f + \mathbf{R}_{TS}^b) \quad (25)$$

对于该方法,需要根据实际的应用背景来确定延时 τ 。如果信号是非常平稳的或者信号变化方向迅速, τ 应该适当地小一些。一般情况下, τ 值越大,噪声的相关程度越低,DOA 估计性能越好。

2.3.2 IFBSS-TLSESPRIT 算法

为解决相干信源协方差矩阵秩亏缺的问题,且

减少噪声的干扰,将 TLS-ESPRIT 算法和改进的空间平滑算法相结合,提出一种 IFBSS-TLSESPRIT 算法。

对于公式(25)的前后向时空平滑阵列协方差矩阵 \mathbf{R}_{TS}^b ,利用式(6)~式(11)得到 Ψ 的特征值 λ_n ,再通过式(12)求得信号的 DOA。

本文提出的相干信号 DOA 估计算法归纳如下:

(1) 建立相干信号源模型 $\mathbf{S}(t)$, 加入均值为 0、方差为 δ^2 的高斯白噪声;

(2) 构造时空相关矩阵子阵 \mathbf{R}_i , 再由 $\mathbf{R}_i = (\mathbf{R}_i \mathbf{R}_i^H)^2$ 构造出时空相关协方差矩阵子阵;

(3) 利用前后向空间平滑技术计算输出信号的协方差矩阵 \mathbf{R}_{TS}^b , 对其进行子空间提取并分成 $\mathbf{E}_x, \mathbf{E}_y$ 两部分;

(4) 对 $\mathbf{E}_{xy}^H \mathbf{E}_{xy} = \mathbf{E}\mathbf{A}\mathbf{E}^H$ 进行特征值分解,将 \mathbf{E} 分解为 $K \times K$ 维的子阵:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{11} & \mathbf{E}_{12} \\ \mathbf{E}_{21} & \mathbf{E}_{22} \end{bmatrix};$$

(5) 计算 $\Psi = -\mathbf{E}_{12} \mathbf{E}_{12}^{-1}$ 的特征值 $\lambda_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 和 DOA 估计值 $\theta_n = \arcsin\{c \cdot \text{angle}(\lambda_k) / (\omega_0 d)\}$ 。

3 仿真实验及性能对比分析

现选取几种典型的相干信号源 DOA 估计算法: ESPRIT-like、SS-TLSESPRIT、MTOEP,与本文采用的 IFBSS-TLSESPRIT 算法做对比分析。

3.1 仿真一 与其他解相干算法在不同信噪比下性能对比

仿真中采用的均匀直线阵的阵元间距是半波长,阵元数 $M = 11$ 。SS-TLSESPRIT 算法和本文的 IFBSS-TLSESPRIT 算法利用空间平滑技术划分的子阵列数目为 4,快拍数为 150,信源数为 4,其中 3 个相干信源的 DOA 分别为 $-5^\circ, 5^\circ$ 和 18° ,另一个非相干信源的 DOA 为 40° 。当信噪比间隔为 2 dB,从 -14 dB 到 10 dB 均匀变化时,对本文选取的几种解相干方法进行 1 000 次 Monte Carlo 仿真,对比其 DOA 估计成功概率(估计值与真实值的偏差 $\leq \pm 2^\circ$ 所占的比例),再通过均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)来判断几种算法的准确度, RMSE 定义,式(26):

$$RMSE_\theta = \sqrt{\frac{1}{LK} \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K (\bar{\theta}_l(k) - \theta_l)^2} \quad (26)$$

其中, L 为信源数; K 为 Monte Carlo 次数; $\bar{\theta}$ 为

估计角度; θ 为实际角度。

几种方法 DOA 估计的均方根误差与信噪比的关系如图 3 所示。均方根误差越小,则估计结果越准确。与其他 3 种相干信号 DOA 估计方法相比,本文方法在整个信噪比区域内的均方根误差都要小,尤其对于信噪比为 -8 dB 时,该方法的 RMSE 仅为 1.39°,而其余方法均大于 4.00°。说明当信噪比较低时,本文所提出的算法估计的准确性明显高于其他算法。

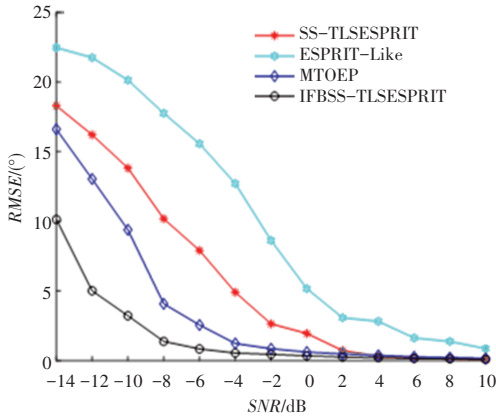


图 3 不同信噪比下 DOA 估计均方根误差

Fig. 3 Root of mean square error of DOA estimation under different signal-to-noise ratios

DOA 估计成功概率与信噪比的关系如图 4 所示。可以看出,估计成功概率同信噪比成正相关。在信噪比小于 0 dB 的条件下,本文的 IFBSS-TLSESPRIT 算法 DOA 估计成功概率显著高于其他 3 种方法,当信噪比 = -8 dB 时,本文提出的 IFBSS-TLSESPRIT 算法 DOA 估计成功概率接近 80.00%,而其余方法均小于 49.20%。仿真结果验证了本文方法具有更低的信噪比门限以及更好的分辨能力。

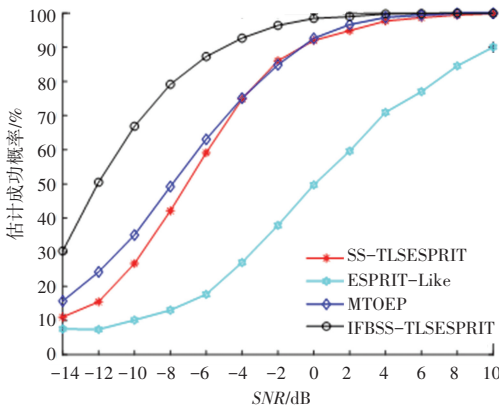


图 4 不同信噪下 DOA 估计成功概率

Fig. 4 Success probability of DOA estimation under different signal-to-noise ratios

3.2 仿真二 与其他解相干算法在不同快拍数下性能对比

信噪比 SNR = -5 dB,快拍数间隔为 20,从 20 到 220 均匀变化,其余仿真条件与仿真一保持一致。应用 ESPRIT-like、SS-TLSESPRIT、MTOEP 与本文 IFBSS-TLSESPRIT 方法对信号源在不同快拍数下,先后进行 1 000 次 Monte Carlo 仿真分析,如图 5 和图 6 所示。

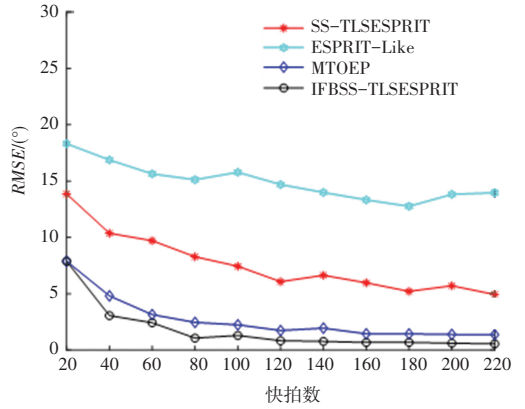


图 5 不同快拍数下 DOA 估计均方根误差

Fig. 5 Root mean square error of DOA estimation under different number of snapshots

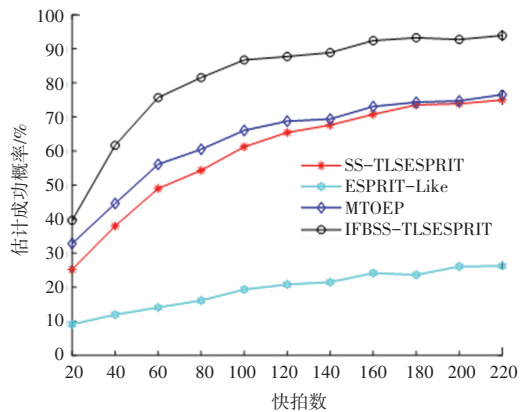


图 6 不同快拍数下 DOA 估计成功概率

Fig. 6 Success probability of DOA estimation under different snapshots

图 5 和图 6 说明在整个快拍区域,本文方法较之于其他相干信号 DOA 估计方法实现了更低的均方根误差和更高的 DOA 估计成功概率。在快拍数为 220 时,本文方法 DOA 估计的 RMSE 大约为 0.56°,DOA 估计成功概率大约为 94.12%,而其它方法的 RMSE 均大于 1.22°,DOA 估计成功概率均小于 76.38%。即使在快拍数较小的情况下,本文方法与其他方法相比也明显有更好的估计性能。

(下转封三)