

胡林治. 基于 MPC-PID 的智能电动汽车轨迹跟踪控制[J]. 智能计算机与应用, 2024, 14(9): 155-164. DOI: 10.20169/j.issn.2095-2163.240925

# 基于 MPC-PID 的智能电动汽车轨迹跟踪控制

胡林治

(上海理工大学 光电信息与计算机工程学院, 上海 200093)

**摘要:** 由于车辆行驶过程的非线性和不确定性, 智能车辆的控制器设计对轨迹跟踪性能有着重要影响。为提升智能电动汽车的轨迹跟踪精度和平稳性, 提出基于瞬态搜索优化算法(TSO)的模型预测控制(MPC)和比例积分微分(PID)相结合的横纵向综合控制器。首先基于动力学模型建立车辆跟踪误差状态方程, 设计横向 MPC 轨迹跟踪器和纵向双 PID 速度跟踪控制器; 采用 TSO 算法, 对 MPC 控制器的权重参数进行优化; 通过 Carsim 和 Matlab\Simuink 联合仿真, 设计不同速度区间下的行驶工况, 对控制效果进行比对。仿真结果表明, 经优化设计后的控制器有着更好的跟踪效果, 前轮转角和横摆角速度变化平稳, 可以在保证较高跟踪精度的同时兼具良好的鲁棒性。

**关键词:** 轨迹跟踪; 横纵向控制; 模型预测控制; PID; 瞬态搜索优化

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 2095-2163(2024)09-0155-10

## Intelligent electric vehicle trajectory tracking control based on MPC-PID

HU Linzhi

(School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract:** Due to the nonlinearity and uncertainty of the vehicle's driving process, the controller design of intelligent vehicles has a significant impact on their motion and tracking performance; To improve the trajectory tracking accuracy and stability of intelligent electric vehicles, a transverse and longitudinal integrated controller combined with model predictive control (MPC) based on transient search optimization algorithm (TSO) and proportional integral differential (PID) are proposed; Firstly, based on the dynamic model, the state equation of vehicle tracking error is established, and a lateral MPC trajectory tracker and a longitudinal dual PID speed tracking controller are designed; Using TSO algorithm to optimize the weight parameters of MPC controller; Design driving conditions under different speed ranges through joint simulation using Carsim and Matlab/Simulink, and compare the control effectiveness; The comparison of simulation results shows that the optimized controller has better tracking performance, with smooth changes in front wheel angle and yaw rate. The controller can ensure high tracking accuracy while also possessing good robustness.

**Key words:** Trajectory tracking; Lateral and longitudinal control; MPC; PID; TSO

## 0 引言

随着汽车工业的成熟, 汽车完成了从机械化到电气化、智能化的转变, 智能电动汽车的自动驾驶技术也成为汽车行业的前沿研究热点和工程应用落实的重点。目前, 部分车辆驾驶辅助系统已经成功商用, 如自适应巡航 ACC (Adaptive cruise control)、车道保持系统、碰撞避免系统、行人保护系统等<sup>[1]</sup>。根据目前智能驾驶系统的自动化水平, 划分出了 L0 至 L5 共 6 个不同的等级<sup>[2]</sup>。其中, L2 级自动驾驶

功能已经相对成熟, L2+技术方案逐步应用到越来越多的车型, L3/L4 级自动驾驶新建研发项目的占比也有显著提高<sup>[3]</sup>。虽然智能驾驶技术发展迅速, 但所面临的问题和挑战仍然很多, 对其进行研究和探索对未来无人驾驶的全面落地应用有重要的参考价值。自动驾驶技术主要包含车辆感知、轨迹规划和车辆控制三方面。车辆控制即车辆的轨迹跟踪控制, 是自动驾驶的最后一个环节, 也是反映自动驾驶技术水平的重要参考指标<sup>[4-5]</sup>。

车辆在行驶中面临着行驶环境干扰和车身参数

扰动的影响,而车辆轨迹跟踪控制系统对定位和跟踪精度要求较高,因此需要在保证计算效率的前提下尽可能减小跟踪误差<sup>[6]</sup>。目前,针对智能车辆的轨迹跟踪问题,常用的控制理论主要包括位置反馈(Proportional Integral Differential, PID)控制、滑模控制(Sliding Mode Control, SMC)、预瞄控制、线性二次型调节(Linear Quadratic Regulator, LQR)以及模型预测控制(Model Predictive Control, MPC)等。

PID是经典的传统控制方法, Ren等<sup>[7]</sup>使用自适应参数调整PID控制器来提升两轮车对于环境干扰的调整平衡能力。Elias等<sup>[8]</sup>提出了使用麻雀搜索算法调整PID控制器增益的自动驾驶车辆纵向运动控制器,并在不同速度下验证了组合控制器的跟踪效果。SMC是一种非线性控制策略, Zhang等<sup>[9]</sup>针对四轮独立转向驱动车辆的横摆稳定性问题,提出了一种结合主动前轮转向、后轮转向和横摆运动控制的SMC策略,通过优化参数来提升系统对于车辆在极限工况下的稳定性。Wen等<sup>[10]</sup>提出了一个分布式层次框架,上层使用凸优化最小化车辆间距与期望值之间的差距来为车辆提供最优轨迹,下层使用了自适应SMC控制器,用于跟踪最优轨迹,同时为了补偿车辆动力学的不确定性,在控制器中添加了一个参数适应律,提升了车辆对环境的适应性。预瞄控制利用预测模型或传感器提供的前瞻性数据来优化控制决策。Xu等<sup>[11]</sup>使用预瞄控制解决了因通信延迟和转向滞后造成的路径跟踪转向滞后问题,实现车辆精确平滑的路径跟踪。Li等<sup>[12]</sup>在研究中考虑了车辆动态约束,由误差状态系统来预测受限变量,并在违背了约束时用于调整控制。使用模拟退火优化算法来优化预瞄长度,提高控制器对不同速度和道路附着系数变化的适应性,在极端条件下跟踪精度和系统稳定性表现出良好的性能。模糊控制是基于模糊逻辑的控制方法,模仿人类处理模糊信息的思维方式进行控制。Jiao等<sup>[13]</sup>提出了一种基于转向力矩叠加的车辆稳定性控制方法,通过模糊化局部线性模型,建立了非线性的T-S模糊模型,实验表明控制方法在车速变化的条件下提高了人机协同驾驶车辆的操控稳定性。Zhang等<sup>[14]</sup>引入了一种基于事件触发的自适应模糊控制方法。用模糊逻辑系统近似得到控制系统中不确定参数和非线性的边界,确保了车辆横向控制的精度和鲁棒性。LQR是一种控制系统优化方法,旨在最小化以二次型形式表示的代价或目标函数, LQR被广泛应用于需要考虑控制能量消耗和系统性能情况下的线

性时不变系统。张栩源等<sup>[15]</sup>结合LQR和PID对车辆进行横纵向综合控制,但没有很好地考虑车辆行驶过程中的约束限制。MPC是一种动态规划方法,由于其抗干扰和多约束处理能力好,在轨迹跟踪控制中得到了广泛应用。Chen等<sup>[16]</sup>提出了一种基于预览路径的横向MPC运动控制器,提高了车辆的控制效率和性能。文献<sup>[17]</sup>比较了PID、LQR和MPC 3种控制器的表现性能,实验结果表明MPC在确保系统的稳定性和鲁棒性方面更具优势。

通过对上述控制方法的总结可以看出,各种控制算法都有各自的优势和适用场景。PID结构简单,能够快速响应,但对于干扰的鲁棒性不佳; SMC抗干扰性好,但存在控制抖振的问题;预瞄控制可以提升控制的预测性,可减少超调和振荡,但对环境的变化过于敏感,且对实时性的要求高;模糊控制适用于不明确或非线性的系统,但难以泛化,性能受模糊规则的影响; LQR对于线性系统可以提供最优控制,但在处理非线性或时变系统时性能会有所下降; MPC能够考虑控制过程中受到的多种约束,也能够适应系统和环境的变化,但也需要更多的计算资源,对模型的准确性有较高的要求。

现有的MPC轨迹控制研究中,多直接使用车辆动力学模型作为MPC的控制模型。为了更直接的从跟踪误差对车辆进行控制,进一步提升轨迹跟踪的精度,本文通过车身坐标和自然坐标之间的坐标变换,建立跟踪误差模型,并考虑模型中规划轨迹曲率变化的影响,设计基于跟踪误差的横向控制器。同时,传统的跟踪误差模型假设速度恒定,忽略了纵向速度变化对横向控制的影响,为此在纵向控制中使用PID算法,以纵向速度为耦合点,对车辆的横纵向运动进行综合控制。

在MPC的设计中,控制器都需要一些确定的参数,传统的参数确定方法有试凑法和Ziegler Nichols等方法,但这些方法耗时费力,且不能保证选择的参数在性能上达到最优。目前,将元启发式算法应用于MPC优化的研究较少,因此本文引入一种元启发式的瞬态搜索优化算法(Transient Search Optimization, TSO)来完成参数优化的工作,拓展TSO在MPC中的应用。TSO是一种基于计算智能用于解决复杂工程优化问题的有效策略<sup>[18]</sup>,其在工程优化问题方面的优势也在实验中得到了证明。

本文针对智能电动汽车的跟踪控制性能提升的问题,建立了基于车辆动力学的车辆模型,通过坐标变换、线性化和离散化进一步得到基于误差的横向

模型。同时考虑规划轨迹曲率的影响,得到新的车辆状态的预测方程,代价函数和约束表达,设计出横向 MPC 控制器;在纵向控制上设计了双 PID 控制器,根据位置误差和速度误差实时调整速度跟踪;此外,在 MPC 控制器的基础上,结合 TSO 算法对控制器参数进行优化。最后,通过五次多项式模拟规划,拟合出不同工况下的跟踪轨迹,在 Carsim 与 Matlab/Simulink 上进行联合仿真,对优化后的控制器进行性能测试,验证控制器的控制效果。

## 1 轨迹跟踪控制系统建模

### 1.1 车辆动力学模型

在对车辆运动过程进行研究时,普遍使用的建模方式主要是基于运动学和基于动力学的模型<sup>[6]</sup>。运动学模型建模简单,可以进行大转角控制,更适用于停车、掉头等低速场景下的车辆运动分析;动力学则考虑轮胎力对车身运动的影响,模型相对复杂,控制也更符合实车状况。为了研究不同车速变化范围内所设计的轨迹跟踪控制器的跟踪效果,本文选取动力学模型进行建模。

本文的主要研究目标是智能车辆轨迹跟踪的鲁棒性和实时性,轨迹跟踪控制算法要满足车辆真实行驶场景下应用的需求。在考虑车辆横向运动、横摆运动和纵向速度的影响下,采用单轨模型并基于车辆二自由度,建立反映车辆运动特性的简化车辆动力学模型,如图 1 所示。

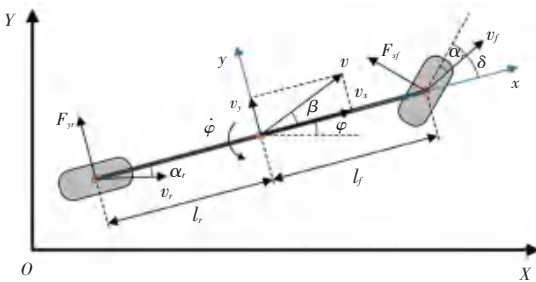


图 1 二自由度动力学模型

Fig. 1 Two degree of freedom dynamic model

图中,  $XOY$  为大地坐标系,  $xoy$  为车身坐标系,由牛顿第二定律和转矩平衡方程,得到动力学微分方程如下:

$$\begin{cases} m(\dot{v}_y + v_x \dot{\varphi}) = F_{yf} \cos \delta + F_{yr} \\ I_z \ddot{\varphi} = F_{yf} \cos \delta l_f - F_{yr} l_r \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $m$  为车身质量;  $l_f$ 、 $l_r$  分别为车身质心到前、后轴的距离;  $F_{yf}$ 、 $F_{yr}$  分别为前、后轮所受横向力;  $I_z$  是转动惯量;  $v_x$ 、 $v_y$  分别表示车辆质心速度  $v$

在车身坐标系  $x$  轴和  $y$  轴上的速度投影;  $a_x$  是车辆纵向加速度,由于车身坐标系非惯性系,式中  $a_y = \dot{v}_y + v_x \dot{\varphi}$ ;  $\varphi$  是车身的横摆角;  $\dot{\varphi}$  是横摆角速度;  $\beta$  为车身的质心侧偏角,表示车辆质心速度与车辆纵轴之间的夹角;  $\delta$  是前轮的转向角。

前后轮所受侧向力受轮胎的侧偏刚度和角度影响,假设前轮转角和轮胎侧偏角均为小角度,对轮胎模型进行简化,轮胎力用线性函数近似表示<sup>[19]</sup>,同时轮胎侧偏角相关的三角函数也可近似等价于相应的无穷小量,因此有:

$$F_{yf} = C_f \alpha_f, F_{yr} = C_r \alpha_r$$

$$\tan \alpha \approx \alpha, \sin \alpha \approx \alpha, \cos \alpha \approx 1 \quad (2)$$

其中,  $C_f$  和  $C_r$  分别是前后轮的侧偏刚度;  $\alpha$  指代  $\alpha_f$  和  $\alpha_r$ , 分别为前、后轮的轮胎侧偏角。

通过二自由度车辆动力学模型,以及相应假设下的线性化轮胎模型,得到如下式所示的动力学微分方程:

$$\begin{cases} \ddot{y} = \frac{C_f + C_r}{m v_x} \dot{y} + \left( \frac{l_f C_f - l_r C_r}{m v_x} - v_x \right) \dot{\varphi} - \frac{C_f}{m} \delta \\ \ddot{\varphi} = \frac{l_f C_f - l_r C_r}{I_z v_x} \dot{y} + \frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{I_z v_x} \dot{\varphi} + \frac{l_f C_f}{I_z} \delta \end{cases} \quad (3)$$

### 1.2 横向线性误差模型

为对车辆行驶轨迹和规划参考轨迹之间的误差变化进行控制,通过车身坐标系和自然坐标系之间的坐标变换建立误差模型,如图 2 所示。

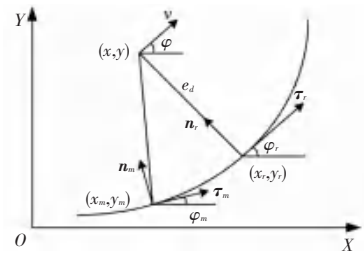


图 2 自然坐标系下车辆误差模型

Fig. 2 Vehicle error model in natural coordinate system

图中,  $(x, y)$  是车辆质心坐标,  $(x_r, y_r)$  和  $(x_m, y_m)$  分别是车辆质心在自然坐标下的投影点和离散匹配点,  $\tau$  和  $n$  指代相应轨迹点处的切线和法线方向单位矢量。同时考虑到参考轨迹的变化对跟踪效果的影响,在误差模型中加入扰动  $\dot{\theta}_r$ , 以提升控制在实际轨迹跟踪中的有效性。

车辆在对目标轨迹进行跟踪时,会产生横向误差  $e_d$  (车辆质心到规划轨迹中心线投影点的距离) 和航向误差  $e_\varphi$  (车辆航向和规划轨迹航向的误差)。 $e_\varphi$  的真实值为  $\varphi + \beta - \theta_r$ , 由于质心侧偏角是一个小



量,此处先做忽略处理,  $e_\varphi$  即表示为  $\varphi - \theta_r$ 。坐标变换后得到车辆横向误差变化率和车身在轨迹投影点处的速度表达如下:

$$\begin{cases} \dot{e}_d = v_y \cos e_\varphi + v_x \sin e_\varphi \\ \dot{s} = \frac{v_x \cos e_\varphi - v_y \sin e_\varphi}{1 - k_r e_d} \end{cases} \quad (4)$$

轨迹跟踪过程中所规划的轨迹一般都不会发生激进的转向行为,轨迹曲率变化都较为平缓,因此忽略规划轨迹曲率的二阶导数。将  $e_d, e_\varphi$  和式(3)联立后,最终得到横向误差状态方程:

$$\dot{\chi} = A\chi + Bu + G\dot{\theta}_r \quad (5)$$

$$\chi = \begin{bmatrix} e_d \\ \dot{e}_d \\ e_\varphi \\ \dot{e}_\varphi \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ -C_f \\ m \\ 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0 \\ l_f C_f - l_r C_r \\ mv_x \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ C_f + C_r & -C_f + C_r & l_f C_f - l_r C_r & 0 \\ mv_x & m & mv_x & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ l_f C_f - l_r C_r & -l_f C_f + l_r C_r & l_f^2 C_f + l_r^2 C_r & 0 \\ I_z v_x & I_z & I_z v_x & 0 \end{bmatrix},$$

$$u = [\delta]$$

式(5)中最后一项取决于规划轨迹的扰动项,基于这一干扰项构建新的误差状态模型。线性模型具有计算量小且易求解的特点,对式(5)进行线性化,在规划的参考轨迹点处对模型进行泰勒展开,保留一阶项并忽略高阶项,再进行离散化,对状态量采用中点欧拉法,对控制量和干扰量采用前向欧拉法,得到线性离散状态方程:

$$\chi(k+1) = \bar{A}\chi(k) + \bar{B}\Delta u(k) + \bar{G}\dot{\theta}_r(k) \quad (6)$$

式中:  $\bar{A} = (I - AT/2)^{-1}(I + AT/2)$ ,  $\bar{B} = BT$ ,  $\bar{G} = GT$ ,  $T$  为离散采样周期。

## 2 轨迹跟踪控制器设计

轨迹跟踪控制器的目标是通过车辆横纵向之间的耦合关系,设计出能够跟踪转向和目标速度的控制器。

### 2.1 横向控制控制器设计

#### 2.1.1 MPC 控制器设计

汽车横向运动是一种非线性运动,具有较大的

动态性和不确定性,同时还受到车身纵向运动的影响。MPC 通过被控对象模型来预测未来系统状态,从而计算控制输入,其控制效果稳定,且可处理多变量多约束问题,因此采用 MPC 设计横向控制器。横向控制的目标是最小化  $e_d, e_\varphi$ 。在横向跟踪的过程中,对行驶轨迹的控制是通过转角控制增量来实现的,为了对进一步约束控制增量,构建新的状态变量

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} \chi(k) \\ \Delta u(k-1) \end{bmatrix}$$

用于状态空间模型,模型写成状态空间的形式。得到新的状态空间方程:

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \bar{A}\xi(k) + \bar{B}\Delta u(k) + \bar{G}\dot{\theta}_r(k) \\ \eta(k) = \bar{C}\xi(k) \end{cases} \quad (7)$$

式中:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ 0 & I_{1 \times 1} \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} \bar{B} \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{G} = \begin{bmatrix} \bar{G} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

系统的输出序列为

$$Y = \psi\xi(k) + \phi\Delta U + \sigma\Theta \quad (8)$$

式中:

$$Y = \begin{bmatrix} \eta(k+1) \\ \eta(k+1) \\ \vdots \\ \eta(k+N_p) \end{bmatrix}, \Theta = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r(k) \\ \dot{\theta}_r(k+1) \\ \vdots \\ \dot{\theta}_r(k+N_p-1) \end{bmatrix},$$

$$\psi = \begin{bmatrix} \bar{C}\bar{A} \\ \bar{C}\bar{A}^2 \\ \vdots \\ \bar{C}\bar{A}^{N_p} \end{bmatrix}, \Delta U = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_c-1) \end{bmatrix}$$

$$\phi = \begin{bmatrix} \bar{C}\bar{B} & 0 & \dots & 0 \\ \bar{C}\bar{A}\bar{B} & \bar{C}\bar{B} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{C}\bar{A}^{N_c-1}\bar{B} & \bar{C}\bar{A}^{N_c-2}\bar{B} & \dots & \bar{C}\bar{A}^0\bar{B} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{C}\bar{A}^{N_p-1}\bar{B} & \bar{C}\bar{A}^{N_p-2}\bar{B} & \dots & \bar{C}\bar{A}^{N_p-N_c}\bar{B} \end{bmatrix}$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{G} & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{C}\tilde{A}\tilde{G} & \tilde{C}\tilde{G} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{N_c-1}\tilde{G} & \tilde{C}\tilde{A}^{N_c-2}\tilde{G} & \cdots & \tilde{C}\tilde{A}^0\tilde{G} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{N_p-1}\tilde{G} & \tilde{C}\tilde{A}^{N_p-2}\tilde{G} & \cdots & \tilde{C}\tilde{A}^{N_p-N_c}\tilde{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \end{bmatrix}$$

$N_p$  为预测时域,  $N_c$  为控制时域。为了获得最优的跟踪效果,设计 MPC 最优控制代价函数如下:

$$J = \sum_{i=1}^{N_p} \|\eta(k+i) - \eta_r(k+i)\|_{Q_{4 \times 4}}^2 + \sum_{i=1}^{N_c-1} \|\Delta u(k+i)\|_{R_{1 \times 1}}^2 + \rho \varepsilon^2 \quad (9)$$

式中:  $Q_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \end{bmatrix}$ , 为半正定实对称

常数矩阵,  $R_{1 \times 1} = [R]$  为正定实对称常数矩阵, 分别对应预测误差状态和控制输出的权重, 对跟踪效果和控制平稳性的侧重进行权衡。同时,  $Q$  和  $R$  也是 TSO 算法要进行优化的对象。  $\varepsilon$  为松弛因子, 用于确保代价函数在每一个时刻都能有可行解。

在实际的车辆运动过程中, MPC 输出的控制量要考虑到车辆执行机构的可行性, 对控制增量和控制量的约束条件设置如下:

$$\Delta U_{\min} - \varepsilon \leq \Delta U \leq \Delta U_{\max} + \varepsilon$$

$$U_{\min} \leq A_f \Delta U + U \leq U_{\max} \quad (10)$$

式中:  $\Delta U_{\min}$ 、 $\Delta U_{\max}$  分别为控制增量的最小和最大值序列,  $U_{\min}$ 、 $U_{\max}$  分别为控制量的最小和最大值序

列,  $A_f = \begin{bmatrix} \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \end{bmatrix} \otimes I_{2 \times 2}$ ,  $\otimes$  表示克罗内克积。

MPC 代价函数的优化问题通常使用二次规划来求解, 定义  $\gamma = [0 \ 0 \ \arctan(v_y/v_x) \ 0]$ , 并令  $E = [1 \ \cdots \ 1]^T_{N_p \times 1} \otimes \gamma + \psi \xi(k) + \sigma \Theta$ , 对模型中由于忽略车辆质心侧偏角造成的误差进行补偿。

转换后的二次规划形式如下:

$$J = [\Delta u \ \varepsilon] \begin{bmatrix} \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi^T Q \phi & 0 \\ 0 & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \\ \hat{u} \end{bmatrix} + [2E^T Q \phi \ 0] [\Delta u \ \varepsilon]^T \quad (11)$$

式(11)的极小值即为 MPC 控制器所要求解的目标控制量。

MPC 通过预测方程计算出未来一段时间内的系统输出。在每个时间步, MPC 在满足约束的条件下, 计算出使代价函数值最小的最优解, 由此确定最佳的控制量序列。在当前的时间步, MPC 仅将最优控制序列的第一步应用在控制系统中并忽略其余部分; 在下一个时间步, 再次根据状态方程重新进行预测。如此循环, 实现连续滚动优化控制。

### 2.1.2 转角补偿设计

控制器的输出需要转换为车辆执行机构的输入。其中, 转向系统的控制输入为车辆前轮转角。在车辆的转向控制中, 出于安全考虑, 车辆都会设计成转向不足的特性。为了保证横向控制中的轨迹跟踪精度, 设计对转向进行补偿。对横向误差进行积分, 得出累计的误差, 补偿到前轮转角控制中。当  $\Delta \delta > 0$  时, 表明此时的前轮转角过大, 需修正转向。

$$\Delta \delta_r = \Delta \delta - p_i \int_0^t e_d dt \quad (12)$$

其中,  $\Delta \delta_r$  是补偿过后的真实转角控制量;  $\Delta \delta$  是控制器输出的前轮转角增量;  $p_i$  是积分因子。

## 2.2 纵向控制器设计

### 2.2.1 双 PID 控制器设计

纵向速度控制的目标是保证在加减速不剧烈波动和跳变的情况下, 完成对规划速度的跟踪<sup>[20]</sup>。纵向动力系统的控制输入为油门开度和制动主缸压力, 本文采用双 PID 控制策略, PID 控制的输出表达式为

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\zeta + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (13)$$

式中:  $K_p$ 、 $K_i$ 、 $K_D$  分别为比例、积分和微分系数,  $t$  是时间,  $\zeta$  是积分变数,  $e(t)$  是当前时刻下的误差。

本文使用的双 PID 控制策略分别对纵向位置误差和速度误差进行处理。根据图 2 中所建立的自然坐标系, 车辆质心会在自然坐标系中形成投影点和匹配点, 投影点处的切线方向为规划速度(假设匹配点到投影点之间轨迹的曲率保持不变)。由图 2 可得, 车辆位置矢量误差表示为  $(x - x_m, y - y_m)$ , 纵向位置误差  $e_s$  即为车辆实际位置和匹配点之间的距离, 同时根据误差模型中的推导式(4)得出速度误差为:

$$\begin{cases} e_s = (x - x_m, y - y_m) \cdot \tau_m \\ e_v = \sqrt{x_r^2 + y_r^2} - \dot{s} \end{cases} \quad (14)$$

其中,  $\dot{x}_r$ 、 $\dot{y}_r$  分别是车身的横向和纵向规划速

度,构成车辆的规划速度,以及投影点处的车身速度 $s$ ;差值即为速度误差 $e_v$ 。通过上述误差量的计算,设计以速度误差和位置误差为输入的双PID控制器对纵向运动进行控制。

### 2.2.2 驱动\制动输出

随着新能源汽车的发展,未来电车的普及率将达到新的高度。本文选用电车模型作为驱动\制动的控制对象。电机在达到最大功率之前以最大扭矩运行,当转速达到最大功率点,就切换为恒功率运行,转速与扭矩成反比关系。本文选取的电机模型最大扭矩为 $380 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,最大功率为 $180 \text{ kW}$ ,转速和扭矩关系如下:

$$P = T\omega, \quad (15)$$

$$T = \begin{cases} T_{\max} O, & 0 < \omega \leq \mu \\ \frac{T_{\max} O \mu}{\omega}, & \omega > \mu \end{cases}$$

其中, $P$ 是电机功率; $\omega$ 是电机转速; $T$ 是电机扭矩; $T_{\max}$ 是扭矩最大值; $O$ 是油门开度; $\mu$ 是最大功率与最大扭矩比值。

根据电机模型进行实验并标定出关于速度、加速度和驱动\制动对应关系的三维散点图。为了保证控制作用的连续性,将油门和刹车的标定合订到一张表中,以确保控制过程更加平顺,防止控制超调所导致控制作用在油门和刹车之间的反复切换。根据PID控制的输出补偿值和实车速度在标定表中映射得出纵向控制量,通过相应的切换逻辑选择加速或减速控制,减速输出为制动踏板的压力,加速输出通过电机功率模型转换为相应转矩。

## 3 基于TSO的MPC控制器优化设计

权重参数矩阵 $Q$ 和 $R$ 属于MPC控制器的核心部分。随机选取的参数不能保证所得的控制效果最优,使得系统控制具有一定的不确定因素。针对控制器参数的选取问题,引入瞬态搜索优化算法,通过TSO对MPC权重参数矩阵 $Q$ 和 $R$ 进行优化。

### 3.1 算法流程

TSO算法能够较好地处理低维度的优化问题。在现有的研究中,将元启发式算法和MPC结合的研究相对较少,因此本文结合TSO对MPC进行优化设计。

TSO算法的灵感来自于电路的瞬态响应。当电路中包含电阻储能元件(电感和电容)时,发生电路开关行为后,电容或电感需要时间充放电,此时的电路不能立即转变到下一个稳态,待储能元件充放电

完成后,才能最终达到稳态值。以电路模型作为基础,可以降低TSO算法数学模型的计算复杂度。

电路的完全响应包括瞬态响应和稳态响应(最终响应)两个部分。包含电阻和单个储能元件的电路称为一阶电路,其瞬态响应计算如下:

$$\frac{d}{dt}x(t) + \frac{x(t)}{\tau} = K \quad (16)$$

其中, $t$ 表示时间; $x(t)$ 表示一阶电路的电容电压或电感电流; $\tau$ 表示电路时间常数,值为 $\tau = RC$ 或 $\tau = RL$ ; $K$ 是取决于电路瞬态响应初始值的常数;电路稳态响应为 $x(\infty)$ 。

求解式(16)得微分方程的解为

$$x(t) = x(\infty) + (x(0) - x(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (17)$$

其中, $x(0)$ 表示初始响应值, $x(\infty)$ 表示最终响应。

电阻和电感、电容并联后形成的二阶电路,其瞬态响应微分方程的数学表达如下:

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 2\alpha \frac{d}{dt}x(t) + \omega_0^2 x(t) = f(t) \quad (18)$$

求解式(18)得到二阶电路瞬态响应解如下:

$$x(t) = e^{-\alpha t} (B_1 \cos(2\pi f_d t) + B_2 \sin(2\pi f_d t)) + x(\infty) \quad (19)$$

其中, $\alpha$ 是阻尼因子; $\omega_0$ 是谐振频率; $B_1$ 和 $B_2$ 是常数; $f_d$ 表示阻尼谐振频率。当 $\alpha < \omega_0$ 时,发生欠阻尼响应,二阶电路的瞬态响应中出现阻尼振荡。

TSO算法的实现过程如下:

(1)在搜索区域的上下界之间随机初始化搜索个体:

$$X = lb + rand(ub - lb) \quad (20)$$

式中: $lb$ 和 $ub$ 分别指代搜索个体每个变量的搜索下界和上界。

(2)模拟一阶电阻电容电路放电指数衰减进行TSO的开发过程;模拟二阶电路在零点附近的振荡形成TSO的探索过程,数学建模如下式。二阶电路响应中的常量值设定为 $B_1 = B_2 = |Y_l - C_1 Y_l^*|$ 。

$$X_{l+1} = \begin{cases} X_l^* + (X_l - C_1 X_l^*)e^{-r_1}, & r_1 < 0.5 \\ X_l^* + e^{-r_1} [\cos(2\pi T) + \sin(2\pi T)] |X_l - C_1 X_l^*|, & r_1 \geq 0.5 \end{cases} \quad (21)$$

相应参数设置如下:

$$\begin{cases} z = 2 - 2(l/l_{\max}) \\ T = 2 \times z \times r_2 - z \\ C_1 = z \times r_3 + 1 \end{cases} \quad (22)$$

其中,  $X_l$  表示当前迭代中的搜索个体值;  $X_{l+1}$  是下一次迭代中更新后的个体值;  $X_l^*$  是以电路的最终稳态响应模拟出的算法最优解, 在算法中即为每一次迭代中搜索出的最优解;  $r_1$ 、 $r_2$  和  $r_3$  是 0 到 1 之间的随机数;  $z$  是一个从 2 逐渐衰减到 0 的变量;  $l$  是当前迭代;  $l_{\max}$  是最大迭代次数;  $T$  和  $C_1$  都是随机系数, 随着迭代次数的增加, 分别趋近于 0 和 1, 保证了探索和开发过程不断向最优个体位置收敛; 随机数  $r_1$  用于平衡算法的探索 ( $r_1 \geq 0.5$ ) 和开发 ( $r_1 < 0.5$ ) 过程。

TSO 算法流程如图 3 所示:

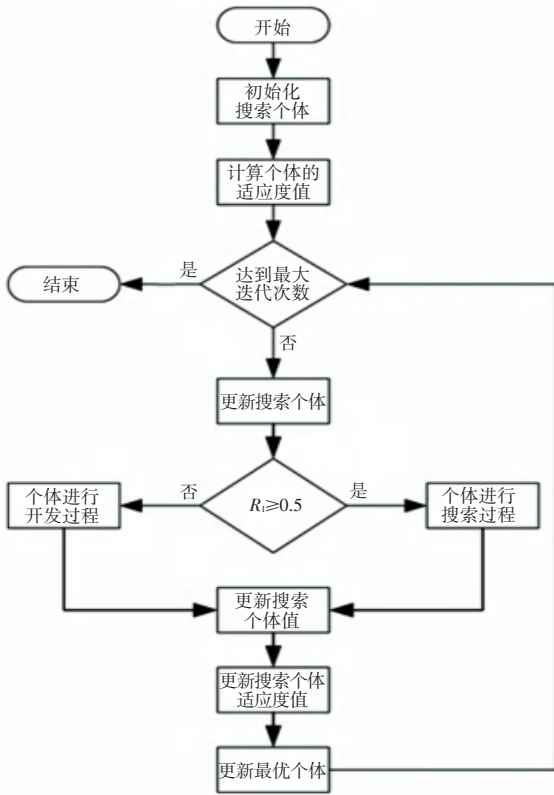


图 3 TSO 算法流程图

Fig. 3 TSO algorithm flowchart

### 3.2 MPC 控制器参数优化

MPC 代价函数中的权重参数矩阵  $Q$  值对应控制系统对误差的响应速度, 增加  $Q$  可以提升算法的实时跟踪性能。  $R$  值对应跟踪过程中的平稳性, 增加  $R$  可以降低跟踪时控制量剧烈的变化。误差权重系数越大, 控制器对轨迹跟踪精度的控制要求越高, 施加在转角上的控制量就可能会发生较大的变化。转角的权重系数越大, 转角变化率越平缓, 车辆行驶的稳定性和舒适性越高, 但同时也可能导致跟踪性能下降。因此, 权重系数矩阵  $Q$  和  $R$  在选取时要综合考虑 MPC 控制的精确性和稳定性。本文主要研究轨迹跟踪过程的精确性, 因此选择权重参数

矩阵  $Q$  中的  $Q_1$ 、 $Q_3$  (对应横向误差和航向误差) 和  $R$  (对应前轮转角) 作为优化对象。

优化问题的关键在于目标函数, 目标函数的选择体现了对不同控制目标的侧重程度。本文中的控制目标是保证车辆平稳快速地跟踪规划轨迹, TSO 的适应度函数定义如下<sup>[21]</sup>:

$$F = k_1 \Delta e_r^2 + k_2 \Delta e_\varphi^2 + k_3 \Delta \delta^2 \quad (23)$$

式中:  $k_1$ 、 $k_2$  和  $k_3$  分别为位置误差、航向误差和前轮转角相对于适应度函数  $F$  的权重系数,  $k_1 + k_2 + k_3 = 1$ 。由于侧重考虑路径的跟踪效果, 因此选取  $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$  分别为 0.5、0.3 和 0.2。将式中的误差数据统一进行归一化处理计算适应度值, 设定最大迭代次数为 80, 搜索个体总数为 30, 并选择典型的双移线轨迹进行测试。

优化算法的适应度值变化如图 4 所示, 适应度值在第 19 代不再变化, 即确定最终的搜索个体值。权重参数的优化更新过程如图 5 所示。

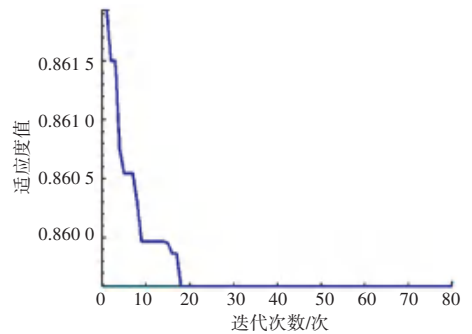


图 4 适应度值变化

Fig. 4 Change of fitness value

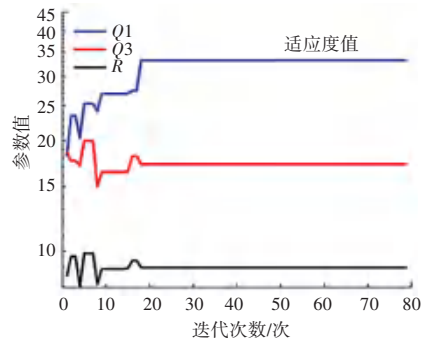


图 5 参数优化过程

Fig. 5 Parameter optimization process

最终优化后的权重参数确定为  $Q = \text{diag}(34.08, 1, 17.28, 1)$ ,  $R = 9.16$ , 双移线轨迹的跟踪效果如图 6 所示。从图中可以看出, 相比未经优化的 MPC 控制器, 基于 TSO 优化后的 MPC 控制器的跟踪效果得到了提升。



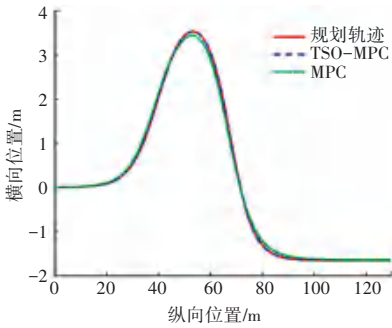


图 6 轨迹跟踪对比

Fig. 6 Track tracking comparison

表 1 Carsim 车辆参数设置

Table 1 Carsim vehicle parameter settings

参数名	整车质量 $m$ / kg	前轴距 $l_f$ / m	后轴距 $l_r$ / m	转动惯量 $I_z$ / ( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )	前轮侧偏刚度 $c_f$ / ( $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$ )	后轮侧偏刚度 $c_r$ / ( $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$ )
值	1 447.200	1.015	1.895	1 536.700	-148 970	-82 200

### 4.2 仿真工况设计

五次多项式可以根据车辆的初始状态和最终状态规划出关于时间的函数,且有切线、曲率、加速度和速度的限制,模拟出车辆的驶入、变道、超车等场景下的行驶轨迹。对规划轨迹采用大地坐标系,通过坐标变换将参考轨迹信息转为自然坐标系下的状态误差进行控制。五次多项式的函数表示如下:

$$\begin{cases} x(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5 \\ y(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + b_4x^4 + b_5x^5 \end{cases} \quad (24)$$

其中,  $a_0 \dots a_5, b_0 \dots b_5$  是根据规划轨迹计算出的参数,由起点位置和终点位置的车辆运动状态确定。规划轨迹的航向角和曲率计算如下:

$$\begin{cases} \theta_r(t) = \arctan \{y'[x(t)]\} \\ k_r(t) = \frac{y''[x(t)]}{(1 + \{y'[x(t)]\}^2)^{3/2}} \end{cases} \quad (25)$$

为了更真实反应车辆的行驶状态,对规划轨迹的速度和加速度进行限制,约束表达如下:

$$v_p(t) = \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t)} \quad (26)$$

$$\begin{cases} a_p(t) = \sqrt{\ddot{x}^2(t) + \ddot{y}^2(t)}, & \ddot{x}(t) \geq 0 \\ a_p(t) = -\sqrt{\ddot{x}^2(t) + \ddot{y}^2(t)}, & \ddot{x}(t) < 0 \end{cases} \quad (27)$$

通过改变五次多项式起点和终点的位置、速度等信息,可以模拟出车辆在不同的工况下的真实行驶轨迹。本文设计换道场景下不同速度区间内的轨迹跟踪,车速设置见表 2,分别对应低速、中速和高速行驶时的变道工况。

### 4.3 仿真结果分析

3 种工况下的规划轨迹和跟踪轨迹,规划速度

## 4 控制性能仿真实验

为了验证本文中所设计控制器的有效性及可行性,在 Carsim 和 Matlab/Simulink 环境下进行联合仿真。为更真实地模拟出实车行驶环境,将车速设定为变量,随时间和行驶工况而变化。

### 4.1 车辆参数设置

本文仿真选取车型为 C 级轿车,车辆相关参数在 Carsim 中进行设置,具体见表 1。

和跟踪速度、前轮转角、航向误差以及横摆角速度仿真结果如图 7~图 12 所示。

表 2 仿真车速区间设置

Table 2 Simulated speed range setting

	起点速度/( $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ )	终点速度/( $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ )	仿真时常/s
低速	36	54	10
中速	54	72	10
高速	72	90	10

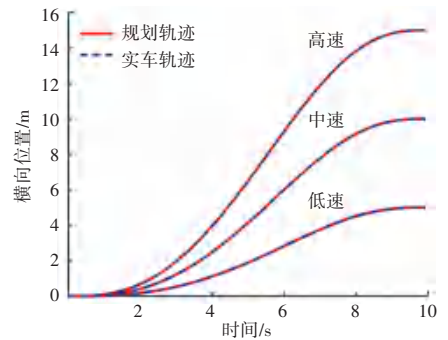


图 7 横向轨迹跟踪对比

Fig. 7 Lateral trajectory tracking comparison

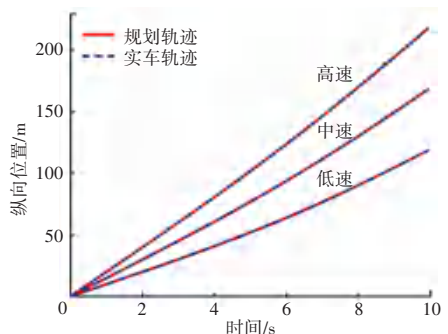


图 8 纵向轨迹跟踪对比

Fig. 8 Longitudinal trajectory tracking comparison



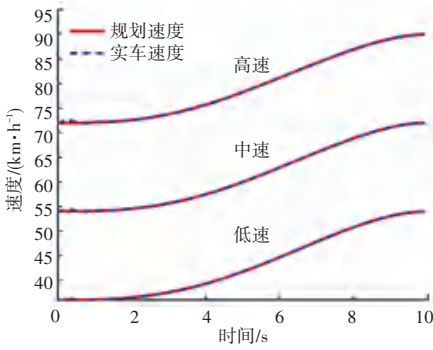


图 9 速度跟踪对比

Fig. 9 Speed tracking comparison

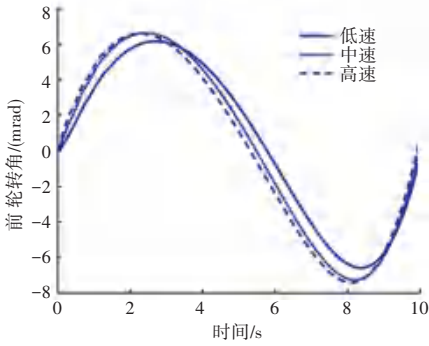


图 10 前轮转角变化

Fig. 10 Front wheel angle change

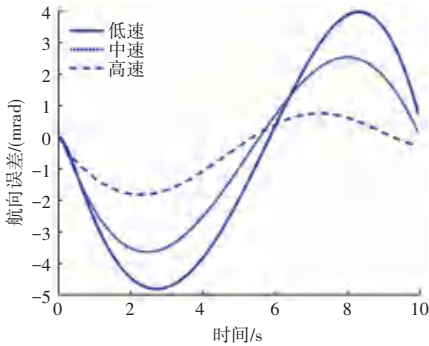


图 11 航向误差变化

Fig. 11 Change in heading error

不超过 5 mrad,横摆角速度变化过程平稳;中速工况也实现了准确的轨迹跟踪,前轮转角稳定变化,速度跟踪在初始时刻有小幅抖动;高速工况下横纵向的跟踪误差都有所增加,表明高速工况下模型中的部分参数可能发生了改变,但整体不影响控制器的效果。纵向误差仍然可以控制在 0.04 m 内。虽然在高速状态下,但前轮转角控制量变化稳定,航向误差仍然控制在合理的范围内,横摆角速度平稳变化。表明在高速行驶的状态下控制器仍有较好的操控性。

观察 3 种工况下的速度跟踪结果可以看出,在仿真的初始时刻速度跟踪存在抖动的现象,但随着跟踪过程的进行抖动很快消失,并能够较好地跟踪规划速度。分析存在抖动的原因是仿真场景的设置所导致的,由于初始时刻车辆已经有初始速度而仿真模型中发动机工作参数还未传递,导致初始时刻误差较大,抖动现象随着初始速度的增加而趋于明显也验证了这一分析。

为进一步验证经 TSO 优化后的控制器在控制性能上的改善,以 LQR 和普通 MPC 控制方法为参照,对 3 种控制器的跟踪误差进行了对比,结果如图 13 所示。

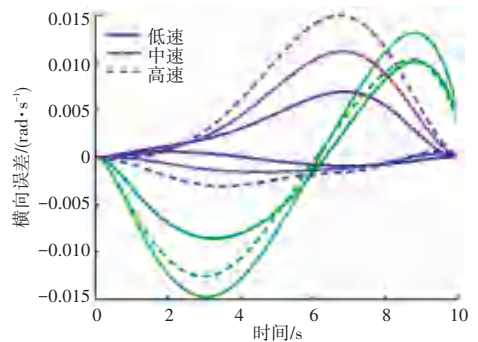


图 13 横向跟踪误差对比

Fig. 13 Comparison of lateral tracking errors

可以看出,在不同的换道工况下,3 种控制方案下误差都在可接受范围内,可以实现车辆的轨迹跟踪,但 TSO-MPC 控制器的误差控制明显优于其它两种方案,误差控制在 0.01 m 内。

联合仿真的结果表明,经过 TSO 算法优化后的 MPC 横向控制器结合双 PID 纵向控制器跟踪规划轨迹的效果良好,且跟踪精度也有提升。由于仿真中没有噪声,是理想情况,因此对仿真的误差控制要求更为严格。仿真结果中的跟踪误差控制在厘米之内,保证了在实车行驶中包含更多不确定干扰的复杂工况下能有更多的误差容许裕度,对实车平台的跟踪控制系统测试具有一定的参考价值。

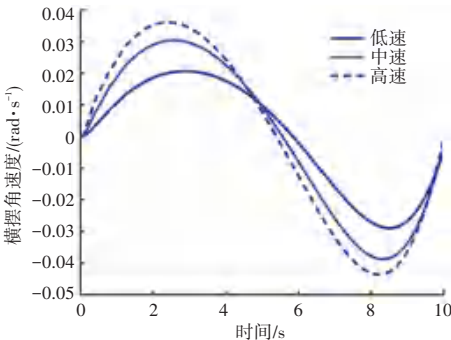


图 12 横摆角速度变化

Fig. 12 Change in yaw rate

从图中可以看出;低速工况下车辆跟踪效果好,横向和纵向误差都控制在了 0.01 m 内,前轮转角变化平稳,符合前文所做的小角度假设,航向误差

## 5 结束语

在智能电动汽车的行驶过程中,为了实现轨迹跟踪的精确控制,以车辆误差模型为基础,设计了基于 MPC-PID 的横纵向综合轨迹跟踪控制器。纵向控制中通过位置和速度误差,使用双 PID 控制车辆速度。在横向 MPC 中对扰动项和质心侧偏角补偿进行了考虑,解决了由于模型失配而导致的跟踪误差过大的问题,提升了控制器的鲁棒性能。同时采用 TSO 算法对 MPC 参数进行优化,降低跟踪误差。从仿真实验的结果可以看出,所设计的控制器在低速、中速、高速 3 种不同的速度变化区间下都具有较好的跟踪效果,前轮转角和速度变化都在稳定范围内,轨迹跟踪过程平缓。对比实验表明经 TSO 优化后的控制器跟踪效果得到了改善,验证了算法的有效性。本文所设计的控制方法实现了实时、准确的路径跟踪控制,提高了智能车辆的跟踪精度,同时保证了车辆的稳定性和鲁棒性。

## 参考文献

- [1] KIM K, KIM B, LEE K, et al. Design of integrated risk management-based dynamic driving control of automated vehicles [J]. IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine, 2017, 9(1): 57-73.
- [2] YURTSEVER E, LAMBERT J, CARBALLO A, et al. A survey of autonomous driving: Common practices and emerging technologies [J]. IEEE Access, 2020, 8: 58443-58469.
- [3] BADUE C, GUIDOLINI R, CARNEIRO R V, et al. Self-driving cars: A survey [J]. Expert Systems with Applications, 2021, 165: 113816-113843.
- [4] 陈虹, 郭露露, 宫洵, 等. 智能时代的汽车控制 [J]. 自动化学报, 2020, 46(7): 1313-1332. DOI:10.16383/j.aas.c190329.
- [5] 顾小川, 李军. 自动驾驶车辆路径跟踪控制方法 [J]. 汽车工程师, 2019, 264(4): 11-14.
- [6] 龚建伟, 刘凯, 齐建永, 等. 无人驾驶车辆模型预测控制(第2版) [M]. 北京: 人民邮电出版社, 2020.
- [7] REN T J, CHEN T C, CHEN C J. Motion control for a two-wheeled vehicle using a self-tuning PID controller [J]. Control Engineering Practice, 2008, 16(3): 365-375.
- [8] ELIAS G H S, AL-MOADHEN A, KAMIL H. Optimizing the PID controller to control the longitudinal motion of autonomous vehicles [C] // Proceedings of AIP Conference. New York: IEEE, 2023.
- [9] ZHANG Cong, WANG Zhenchen, CHENG Ju, et al. Sliding mode control of AFS+ARS+DYC for the yaw stability of a 4WIS-4WID vehicle [J]. Automotive Engineering, 2014, 36(3): 304-309.
- [10] WEN S, GUO G. Distributed trajectory optimization and sliding mode control of heterogenous vehicular platoons [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2021, 23(7): 7096-7111.
- [11] XU S, PENG H, TANG Y. Preview path tracking control with delay compensation for autonomous vehicles [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2021, 22(5): 2979-2989.
- [12] LI R, OUYANG Q, CUI Y, et al. Preview control with dynamic constraints for autonomous vehicles [J]. Sensors, 2021, 21(15): 5155-5175.
- [13] JIAO Z, WU J, CHEN Z, et al. Research on Takagi-Sugeno fuzzy-model-based vehicle stability control for autonomous vehicles [J]. Actuators, 2022, 11(6): 143-158.
- [14] ZHANG J, ZHANG L, LIU S, et al. Event-triggered adaptive fuzzy approach-based lateral motion control for autonomous vehicles [J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2024, 9(1): 1260-1269.
- [15] 张树源, 李军. 基于 LQR 双 PID 的智能电动汽车轨迹跟踪横纵向协同控制 [J]. 汽车安全与节能学报, 2021, 12(3): 346-354.
- [16] CHEN G, YAO J, HU H, et al. Design and experimental evaluation of an efficient MPC-based lateral motion controller considering path preview for autonomous vehicles [J]. Control Engineering Practice, 2022, 123: 105164-105181.
- [17] OKASHA M, KRALEV J, ISLAM M. Design and experimental comparison of PID, LQR and MPC stabilizing controllers for parrot mambo mini-drone [J]. Aerospace, 2022, 9(6): 298-318.
- [18] MOHAMMED H Q, HANY M H, SAAD A. Transient search optimization: a new meta-heuristic optimization algorithm [J]. Applied Intelligence, 2020, 50(11): 3926-3941.
- [19] ABE M, MANNING W. Vehicle Dynamics and Control [M]. Elsevier Ltd, 2009.
- [20] YUAN Tengfei, ZHAO Rongchen. LQR-MPC-Based trajectory-tracking controller of autonomous vehicle subject to coupling effects and driving state uncertainties [J]. Sensors, 2022, 22(15): 5556-5575.
- [21] 卢庆志. 基于遗传算法的自动泊车路径规划及跟踪控制研究 [D]. 西安: 长安大学, 2020.