

文章编号: 2095-2163(2021)04-0164-06

中图分类号: U492

文献标志码: A

共享出行问题及求解算法研究综述

胡忠恺, 袁鹏程

(上海理工大学 管理学院, 上海 200082)

摘要: 共享出行系统是以合乘方式与其他出行者共享交通工具的一种新兴交通方式并在近年来取得迅猛发展,为了增强该系统在现实生活中的应用,国内外学者不断提出多种共享出行问题及求解方法。为进一步理清共享出行问题,本文首先对乘车共享问题、拨号乘车问题、拼车问题、共享出租车问题等共享出行问题进行分析,然后分析了共享出行问题的数学模型,并在此基础上对共享出行问题的求解算法进行了介绍,特别是对启发式算法进行了较为详细的综述,为缓解城市交通压力、节约社会资源、减少环境污染,提高运输效率等提供了相关理论依据。最后,面向共享出行问题在当前面临的新挑战,展望了一些新的研究方向。

关键词: 共享出行问题; 数学模型; 启发式算法; 综述

A survey of shared travel problem and solution algorithm

HU Zhongkai, YUAN Pengcheng

(School of Management, University of Shanghai for science and technology, Shanghai 200082, China)

[Abstract] Shared travel system is an emerging mode of transportation, which is shared with other travelers in the form of co-ride, and has been rapidly developed in recent years. In order to enhance the application of the system in real life, scholars at home and abroad have been putting forward various problems and solutions of shared travel. To further clarify The Shared travel problems, this article first to such as Ridesharing, The carpooling problem, The dial-a-ride problem, The Shared-taxi problem such as sharing travel problems were analyzed, and then The LCPP and other travel problem of sharing model introduces The characteristics, on The basis of Shared travel problem solving method is given, to alleviate The urban traffic pressure, save social resources, reduce environmental pollution, The improvement of transport efficiency provides the relevant theoretical basis. Finally, some new research directions are prospected for the new challenge of shared travel.

[Key words] Shared travel system; Mathematical model; Heuristic algorithm; Review

0 引言

近年来,随着移动通讯技术的迅速发展,有越来越多的出行方式供出行者选择来完成出行目的。选择这些不同的出行方式时,出行者会根据自身的需求考虑一系列的标准,如出行成本、出行时间、便捷性、安全性等。对于公交车、地铁这些传统的公共交通来说,它们为出行者提供的是固定行驶路线和固定时间表的出行模式,不能提供像出租车一样的“门对门”服务,将此定义为固定的共享出行系统。这种固定的共享出行系统向出行者收取较少的费用,但对出行者来说不够便利。相比之下,出租车和私家车收取的费用较高,但是能提供更便利、更灵活的服务。本文研究的共享出行问题就是针对如出租车和私家车这样非固定的共享出行系统。

共享出行指的是出行者无需拥有车辆所有权,以共享和合乘方式与其他人共享交通工具的一种新

兴交通方式,并与其他合乘者共同分担汽油费、停车费等出行费用。共享出行给驾驶员、乘客、交通环境等多方面带来了许多好处,例如减少出行时间、增加司机收入、缓解交通拥堵、节省能源消耗和减少空气污染等。尽管共享出行能带来诸多好处,但由于缺乏有效的路线和时间协调以及合理费用的制定,共享出行在发展初期属于一种非正式且无组织的活动。随着近些年移动互联网、全球定位系统以及社交网络的技术进步,使得司机与出行者的匹配更加高效便捷,这主要得益于共享出行系统平台的开发,这些平台成为驾驶员和乘客之间的桥梁。但共享平台的出现也给司机和乘客带来了各种各样新的难题,如何给司机快速、合理的匹配出行乘客并规划最优的出行路线,如何综合考虑司机和乘客的双方利益,实现利益最大化,如何提高服务质量等问题都受到各国学者的关注,并对各类共享合乘匹配和路径优化问题进行了一系列的相关研究,为共享合乘问

作者简介: 袁鹏程(1982-),男,博士,副教授,硕士生导师,主要研究方向:交通系统建模与分析,出行行为分析,交通大数据挖掘;胡忠恺(1996-),男,硕士研究生,主要研究方向:共享交通。

收稿日期: 2020-12-11

哈尔滨工业大学主办 ◆ 专题设计与应用

题的进一步研究提供参考。国内外学者都是将共享出行系统匹配路径优化的现实问题抽象为数学问题,并构建不同目标和约束的优化模型加以解决。本文将提出 4 种类型的共享出行问题,以了解其异同点以及共享出行系统的关键方面,给出 LCPP 的模型以了解模型的具体特征,并在此基础上介绍模型的解决算法和未来的研究方向。

1 共享出行问题

本文主要对运输人员的共享出行问题的多种变体进行介绍,此类共享出行系统旨在最大化车辆空位的利用率以减少私家车的数量,同时最大程度地减少绕道行驶带来的不便,从而达到缓解交通拥堵和交通污染的目的。在近几十年的发展,众多学者对共享出行问题进行了分类研究如图 1 所示,例如:乘车共享问题(ridesharing)、拨号乘车问题(the dial a ride problem)、拼车问题(the carpooling problem)、共享出租车问题(the shared-taxi problem)等。

1.1 乘车共享问题 (Ridesharing)

乘车共享(Ridesharing)指的是一种个人出行者与其他行程路线和时间表相似的出行者共享交通工具的出行方式,并分摊燃油费,过路费和停车费等出行费用^[1]。对于乘车共享一般可以划分为静态共享和动态共享,静态共享(static ridesharing)指的是共享乘车参与者在出行之前已经将出行计划安排好的共享模式,即参与共享出行乘客的起始点、目的地以及出发和到达的时间都是在出发之前预先告知驾驶员;动态共享(dynamic ridesharing)更加侧重于司机和乘客的动态匹配,也就意味着提供共享出行服务的车辆和有共享出行需求的乘客可以随时进入和离开系统,系统能在短时间内将最合适的乘客和司机进行匹配。

世纪 70 年代中期开始,受石油危机影响,近 20% 的通勤出行者使用拼车上下班,其受欢迎程度开始激增^[2]。Baldacci 等(2004)研究拼车作为一种由大公司组织的运输服务,以这家公司的员工为单位,将具有相同出发点的用户分为一组,组员轮流做司机或者选择固定的司机,目的是鼓励员工在上下班时能接送同事,最大限度的减少往返公司办公的私家车车辆^[3]。这种拼车是属于持续的、长期的拼车模式,被称为 Long-term Carpooling Problem(LCPP)。而 Daily Carpooling Problem(DCPP),也被称为临时拼车,是在没有事先预约的情况下参与拼车。和 LCPP 相比,DCPP 主要的不同点在于参与拼车的乘客不是固定的,并且是在集合点以先到先得的方式形成的。

1.3 拨号叫车问题 (The dial-a-ride problem)

拨号叫车问题(The dial-a-ride problem, DARP)是指为 n 位用户设计行驶路线和时间窗,而这些用户可以在指定起始点和目的地之间实现共享出行。其目的是在约束条件下规划一组 m 条最低成本的车辆路线,以容纳尽可能多的用户^[4]。传统的 DARP 主要是给老年人或残疾人提供门到门的交通服务,通常以最小化成本为目标^[5-6]。DARP 与动态共享问题(dynamic ridesharing)主要的区别在于,DARP 中的驾驶员可以给更广泛的乘客提供服务,因为在这种情况下,驾驶员是属于向乘客提供服务的一方,因此对于行驶路线和时间的限制较为宽松。

1.4 共享出租车问题 (The shared-taxi problem)

Hosni 等提出的共享出租车问题(The shared-taxi problem)是共享出行问题的另一个变体^[7]。该问题是乘客在提出需求时说明上下车地点,还需要表明最早可接受的上车时间和最晚可接受的下车时间以及最长的乘车时间,每位乘客的乘车费用是根据各自上下车的距离而制定的。

共享出租车问题的目的是确定乘客和出租车的最佳匹配以及每辆出租车的最佳路线,该问题和 DARP 有相同的特性。但是,这两者还是有所区别的,Jung 等表明在一般情况下,共享出租车问题的目标主要是通过强大的动态需求系统使得司机和乘客的匹配时间最小化,而传统的 DARP 目标则是试图在确定保证乘客数量不变的情况下提供最少的服务车辆来最大限度的降低车辆运营成本^[8]。

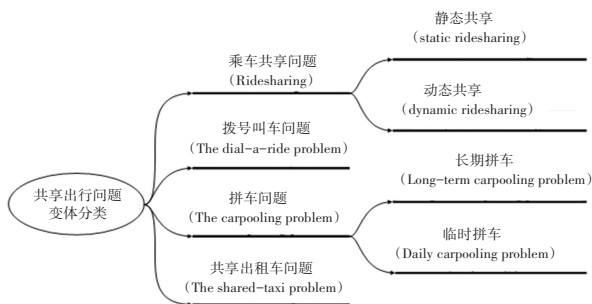


图 1 共享出行问题的变体

Fig. 1 Variants of the ride-sharing problem

1.2 拼车问题 (The Carpooling Problem)

拼车问题(The Carpooling Problem, CPP),从 19

2 模型特征

在研究共享出行问题时,通常是在车辆路径问

题的基础上使用不同的数学公式建立模型,这些公式由不同的目标函数和约束条件构成,表明了每个问题的不同特征。LCPP 的数学模型特征,一个调度路网 $G = (V, A)$, 其中 A 为调度路网中所有节点的集合, V 为调度路网中所有弧段的集合,即 $arc(i, j) \in V^{[3]}$ 。

(1) 集合

$V = \{0, \dots, n\} = \{0\} \cup V'$ 表示调度路网中所有节点的集合,其中节点 0 代表目的地,也就是公司所关联的节点;

$V' = \{1, \dots, n\}$ 表示所有参与者的集合,其中 $V' = V_s \cup V_c$;

$V_s = \{1, \dots, n_s\}$ 表示与服务车辆相关联的节点集合;

$V_c = \{n_s + 1, \dots, n\}$ 表示与客户相关联的节点集合;

$\Gamma_i = \{j: (i, j) \in A\}$ 表示节点 $i \in V$ 后所有节点的集合;

$\Gamma_i^{-1} = \{i: (i, j) \in A\}$ 表示节点 $i \in V$ 前所有节点的集合。

(2) 变量

x_{ij}^k 为二元变量,表示当车辆 $k \in V_s$ 从 i 节点访问到 j 节点时 x_{ij}^k 为 1, 否则为 0。

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{若车辆 } k \text{ 从 } i \text{ 访问到 } j \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

y_i 为二元变量,表示当客户 $i \in V_c$ 有车辆服务时, y_i 为 1, 否则为 0。

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{若客户 } i \text{ 有车辆服务} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

(3) 参数

d_{ij} 为路段 (i, j) 上的非负成本;

t_{ij} 为路段 (i, j) 上的出行时间;

P_i 表示每个客户 $i \in V_c$ 在没有车辆接送的情况下,对总成本的贡献;

e_i 表示每个参与者 $i \in V'$ 最早从起始点出发的时间;

l_i 表示每个参与者 $i \in V'$ 最晚到达目的地的时间;

Q_k 表示每辆服务车辆 $k \in V_s$ 的可用座位数;

T_k 表示司机可接受的从家到公司的最大行驶时间;

s_i 表示每个参与者 $i \in V'$ 上车点的时间;

h^k 表示车辆 $k \in V_s$ 到达公司的时间。

(4) 数学模型

在 LCPP 模型中,目标函数(1)要求最小化车辆到达目的地所消耗的路径成本与未受服务的客户相关惩罚所产生的成本之和;式(2)确保每辆车离开其出发点;式(3)则确保每辆车到达目的地;式(4)是连续性约束;式(5)和(6)分别是容量和行驶时间限制;式(7)和(8)定义了到达时间变量 $S_i (i \in V')$;不等式(9)和(10)设置了车辆到达公司的时间 $h^k (k \in V_s)$,并确保每个员工 $i \in V'$ 在时间 l_i 内到达公司;式(11)确保每个客户要么被车辆接走,要么不给该客户提供服务;式(12)和(13)限制了变量为 0-1 变量;式(14)是对正数的限制。

$$\min z = \sum_{k \in V_s} \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ij}^k + \sum_{i \in V_c} P_i y_i, \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in \Gamma_k} x_{ij}^k = 1, k \in V_s, \quad (2)$$

$$\sum_{j \in \Gamma_0^{-1}} x_{j0}^k = 1, k \in V_s, \quad (3)$$

$$\sum_{j \in \Gamma_i^{-1}} x_{ji}^k - \sum_{j \in \Gamma_i} x_{ij}^k = 0, i \in V_c, k \in V_s, \quad (4)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^k \leq Q_k, k \in V_s, \quad (5)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} t_{ij} x_{ij}^k \leq T_k, k \in V_s, \quad (6)$$

$$s_j - s_i \geq t_{ij} + M(1 - \sum_{k \in V_s} x_{ij}^k), i \in V', k \in V_s, \quad (7)$$

$$s_i \geq e_i, i \in V', \quad (8)$$

$$h^k \geq s_i + t_{i0} - M(1 - x_{i0}^k), i \in V', k \in V_s, \quad (9)$$

$$h^k \leq l_i + M(1 - \sum_{j \in \Gamma_i} x_{ij}^k), i \in V', k \in V_s, \quad (10)$$

$$\sum_{k \in V_s} \sum_{j \in \Gamma_i} x_{ij}^k + y_i = 1, i \in V_c, \quad (11)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, (i, j) \in A, k \in V_s, \quad (12)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, i \in V_c. \quad (13)$$

$$h^k \geq 0, k \in V_s \text{ and } s_i \geq 0, i \in V'. \quad (14)$$

2.1 目标函数

共享出行问题的优化目标大致可以分为二类:运营成本目标和服务质量目标^[4]。LCPP 模型就是将运营成本作为优化目标,这一目标通常是对系统范围内的运营成本进行优化,例如最大化服务乘客的数量、最小化行驶路程等。服务质量目标包括最小化乘客等待时间、最小化乘车时间,以及最小化实际乘车时间与期望乘车时间之间的差异等。

许多关于共享出行问题的研究目标只包括运营成本,并将服务质量作为模型中的约束条件,以确保达到一定的服务水平。最常见的优化目标主要集中在最小化总行驶时间和总行驶距离。例如,考虑时

间窗、车辆容量、最大用户乘车时间等约束条件下,以最小化总路径成本为目标函数构建模型^[9]。

单一的运营成本目标可能一定程度上确保了较为低级的服务水平,不能做到提供优化的服务质量,应综合考虑两个或多个单目标组合的多目标系统,处理多目标问题的3种主要方法,将目标汇总为一个加权总和目标函数^[10];考虑分层的目标函数^[11];采用帕累托原则解决多目标问题^[12]。

2.2 路径限制

在共享出行系统中,司机需要将每一位乘客从各自的起始点接上车,并送往相对应的目的地,而且车辆应该首先访问起始点,式(2)和式(3)。Masoud等提出了一种实时优化的乘车匹配算法,在最大化系统中服务的乘客数量的同时,通过考虑用户对出行需求的偏好以及最小化换乘次数和乘客等待时间,使出行尽可能舒适^[13]。此外,DARP和共享出租车等共享出行系统对于车辆有特别的要求,需要车辆从某一特定仓库出发,并在完成行程后返回其中的任何一个仓库,而且必须保证每辆车离开和到达相应的位置,这也确保了流量的守恒。

2.3 容量限制

容量限制是依据车辆本身的因素决定的,是为了防止共享车辆资源被过度使用,式(5)对应的是容量约束。在共享出行系统中,容量限制可将参与共享的用户数量限制在该车辆空闲座位数量的范围内。而对于一些特殊的乘车群体例如患者,可能需要担架或轮椅才能运输,从而导致一位用户占用多个座位。在Detti等的研究中,容量限制与车辆中的可用座位数以及每个乘客占用的座位数有关^[14]。

2.4 成本限制

在共享出行系统中,为了与其他的交通方式相比更有竞争力,合理的成本限制对用户来说更具有吸引力。Kann指出在共享出行系统中,乘客只会被分配到比他们目前通勤成本便宜的拼车系统中^[15];刘佳针对以生活性出行为目标的出租车动态合乘问题,提出了出租车合乘定价模型,将现状模型中的固定折扣率根据合乘人数的不同变为可变百分比,同时,还加入了乘客绕行距离补偿、乘客等车时间补偿、司机停车时间补偿,使得司机和乘客利益双赢且获利均衡,收费方式更加合理^[16]。

2.5 时间限制

大多数的共享出行系统都要涉及到时间约束,而时间限制是决定用户体验的服务等级的重要因素,上述模型中式(6)、式(7)和式(8)是时间约束。

硬时间窗的考虑意味着车辆路线受到每个客户上车和下车的相对严格的时间限制。对于硬时间窗来说,是在给定的时间表中,车辆必须在其时间窗内到达目的地,否则解决方案是不可行的。相反,可以付出代价来违反软窗口,因此可以将其视为硬时间窗的推广。此外,用户最大乘车时间限制了用户可以花在车辆上的时间,通过为所有用户强加一个固定的值来表示用户最大乘车时间。

2.6 用户偏好限制

除了时间要求以外,还有其他重要的因素导致用户是否愿意接受共享出行系统给出的匹配结果。比如,Levin认为女性客户可能会觉得与陌生男性单独拼车不安全^[17]。用户与某些特定群体参与共享出行可能会有所顾虑,比如有些用户只想与自己熟悉的人共享。用户对潜在共享出行者的限制越多,该用户的匹配成功率就越低。

3 共享出行问题求解方法

在共享出行问题求解方法的研究中,大多数集中于开发精确算法和启发式算法来解决这些问题,并以此为分支展开,如图2所示。如LCPP的共享出行问题是车辆路径问题的拓展,属于NP难题。精确算法是针对具体的模型或问题,运用相关的数学理论,最后求得问题的最优解。启发式算法,是在合理的花费(平衡所占的空间和所需的时间)内,算法给出某个优化问题中的可行解,但不能保证该解是否为最优解。

3.1 精确式算法

精确算法是一种基于运筹学原理的优化算法,常见的精确算法有分支定界法、动态规划法、列生成法等。这些精确式算法通常应用于解决确定性数据的静态问题,例如,Cordeau针对多车辆静态DARP采用分支定界算法求解^[4]。列生成算法适用于求解一类每个决策方案对应整体规划模型中约束矩阵的一列的组合优化问题,该算法不是直接处理所有的方案,而是将问题分解成主问题和子问题,并基于当前生成的列的子集,通过限制主问题进行优化求解;其余的方案在改善限制主问题当前最优解时,才会进入该子集。

使用列生成算法求解整数规划问题时,通常会限制主问题松弛为线性规划问题,得到线性松弛问题的最优解后,再用整数规划求解。但是往往得不到整数最优解,因此需要使用分支定价求整数最优解。Parragh等设计了一种分支定价算法,将列生成嵌入到分支定界算法中,以解决请求和利润分割的问题^[18]。

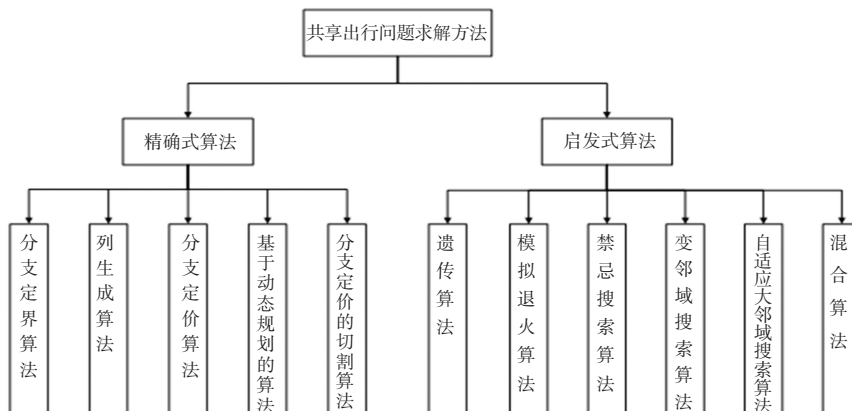


图 2 共享出行问题求解方法分类

Fig. 2 Classification of shared travel problem solving methods

3.2 启发式算法

精确算法虽然能够求得问题的最优解,但是在求解大规模问题时难以在有效时间内求得最优解,而采用启发式算法可以求得一个接近最优解的解。由于 LCPP 属于 NP 难题,在求解最优解时计算较为复杂,且容易陷入局部最优,所以采用启发式算法在有限的时间内寻得最优解。遗传算法(GA)是一种基于种群的元启发式算法,受到物种进化的启发,Jorgensen 等研究的 DARP 的目标是在满足服务质量的同时最小化运输成本,提出一种基于经典的先分群再排路线方法,该方法在使用 GA 为车辆分配客户和使用启发式算法构造车辆的独立路线问题之间交替进行^[19]。

模拟退火算法(SA)最早的思想由 N.Metropolis 等于 1953 年提出,它是元启发式算法的一种,搜索过程中引入了随机因素,在迭代更新可行解时,以一定的概率来接受一个比当前解要差的解,因此有可能会跳出这个局部的最优解,达到全局的最优解^[20]。由于 SA 能够避免陷入局部最优状态,因此 Kirkpatrick 认为该算法与简单的局部搜索相比,不仅能接受改善目标函数的解决方案,而且还能接受其它解决方案^[21]。

禁忌搜索算法(TS)由 Glover 提出,该算法遵循局部搜索的原理,通过标记并有意识的避开找到的一部分局部最优解,以此来获得更多的搜索空间^[22];Cordeau 通过将单个请求从一条路线重新定位到另一条路线来生成邻域,采用多元化策略,惩罚长期采取的方案,暂时接受不可行的方案,从而改善包含禁忌属性的最佳解决方案^[23]。在给定的迭代次数后,将执行其他路线内的局部搜索,TS 来处理现实生活中更复杂的共享出行系统。

Hansen 和 Mladenovi 在 1997 年首次提出变邻域搜索算法(VNS),该算法的基本思想是在搜索过程中系统改变邻域结构集来拓展搜索范围,获得局部最优解,再基于此局部最优解,重新改变邻域结构集,拓展搜索范围来找到另一个最优解的过程^[24];Parragh 等针对单目标 DARP 提出了一种具有 3 种邻域类型的 VNS,即交换邻域、链式邻域和零分割邻域^[25]。

大规模邻域算法(LNS)最早由 Shaw 在 1997 年提出,其搜索机制包括拆解和重构两个部分,此算法在每次迭代中,先将一部分解决方案拆解,再将该解决方案重构成一个完整的解决方案。LNS 一般使用单个破坏和修复的运算符,而自适应大邻域搜索算法(ALNS)则应用一个或多个特定的破坏和修复的运算符。Ropke 和 Pisinger 通过添加不同的移除和重新插入算子以及自适应算子选择方案将 ALNS 作为 LNS 的拓展,解决带有时间窗的收发货问题,并考虑多达 982 个请求^[26]。在此基础上,Timo 在每次迭代中使用自适应权重的轮盘赌方法选择移除和重新插入算子,并应用模拟退火准则^[27]。

在对各种类型的共享出行问题进行求解时发现单独地利用某一种算法对该问题求解时,会出现早熟、局部优化等问题,而将元启发式算法与其他类型的元启发式算法或精确式算法等方法相结合形成混合算法,可以取长补短,解决许多组合优化问题^[28]。

4 结束语

共享出行问题是一个涉及路径约束、时间约束、容量约束等的复杂路径规划问题。随着新的出行需求的提出,相应的共享出行问题和算法需要被研究以满足需求,因此本文对未来的发展和研究提出以

下建议。

目前共享出行问题的求解算法是根据研究问题自身的特定条件和总体目标设计出来的,不同的共享出行问题有自己特定的约束集。如参与运输的车辆都选择污染小、耗能少的电动汽车,则需要考虑车辆在有限区域内行驶范围约束以及对充电时间和充电站的选择约束,这使得现有的算法可能不能直接用于特定的变体,以至于算法应用于过于狭窄。因此,未来一个潜在的研究方向是修改现有的算法或开发新的算法,来确定共享出行变体问题的可行解决方案,特别是对于那些具有特定约束的问题。这样不仅能减少算法计算的时间,而且能够提升算法的优化效果,避免多余的无用优化,增强算法寻找最优解的能力,从而提高了算法的求解效率,加强了算法的适用性。

参考文献

- [1] FURUHATA M, DESSOUKY M, ORDÓÑEZ F, et al. Ridesharing: The state-of-the-art and future directions [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2013, 57: 28-46.
- [2] FERGUSON E. The rise and fall of the American carpool: 1970-1990 [J]. *Transportation*, 1997, 24: 349-376.
- [3] BALDACCI R, MANIEZZO V, MINGOZZI A. An Exact Method for the Car Pooling Problem Based on Lagrangean Column Generation [J]. *Operations Research*, 2004, 52: 422-439.
- [4] CORDEAU J F, LAPORTE G. The dial-a-ride problem: models and algorithms [J]. *Annals of Operations Research*, 2007, 153 (1): 29-46.
- [5] MADSEN O B G, RAVN H F, RYGAARD J M. A heuristic algorithm for a dial-a-ride problem with time windows, multiple capacities, and multiple objectives [J]. *Annals of Operations Research*, 1995, 60(1): 193-208.
- [6] REKIEK B, DELCHAMBRE A, SALEH H A. Handicapped Person Transportation: An application of the Grouping Genetic Algorithm [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2006, 19(5): 511-520.
- [7] HOSNI H, NAOUM-SAWAYA J, ARTAIL H. The shared-taxi problem: Formulation and solution methods [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2014, 70: 303-318.
- [8] JUNG J, JAYAKRISHNAN R, PARK J. Dynamic Shared-Taxi Dispatch Algorithm with Hybrid Simulated Annealing [J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2016, 31 (4): 275-291.
- [9] CORDEAU J F O. A Branch-and-Cut Algorithm for the Dial-a-Ride Problem [J]. *Operations Research*, 2006, 54(3): 573-586.
- [10] LIN Y, LI W, QIU F, et al. Research on Optimization of Vehicle Routing Problem for Ride-sharing Taxi [J]. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2012, 43: 494-502.
- [11] SCHILDE M, DOERNER K F, HARTL R F. Metaheuristics for the dynamic stochastic dial-a-ride problem with expected return transports [J]. *Computers & Operations Research*, 2011, 38(12): 1719-1730.
- [12] PARRAGH S, DOERNER K, HARTL R, et al. A heuristic two-phase solution method for the multi-objective dial-a-ride problem [J]. *Networks*, 2009, 54: 227-242.
- [13] MASOUD N, JAYAKRISHNAN R. A real-time algorithm to solve the peer-to-peer ride-matching problem in a flexible ridesharing system [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2017, 106: 218-236.
- [14] DETTI P, PAPALINI F, LARA G Z M D. A multi-depot dial-a-ride problem with heterogeneous vehicles and compatibility constraints in healthcare [J]. *Omega*, 2017, 70: 1-14.
- [15] KAAAN L, OLINICK E V. The Vanpool Assignment Problem: Optimization models and solution algorithms [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2013, 66(1): 24-40.
- [16] 刘佳. 出租车合乘方式及定价模型优化研究 [D]. 重庆: 重庆交通大学, 2016.
- [17] LEVIN I, MOSELL M K, LAMKA C M, et al. Measurement of psychological factors and their role in travel behavior [J]. *Transportation Research Record*, 1977, 649: 1-7.
- [18] PARRAGH S, PINHO DE SOUSA J, ALMADA-LOBO B. The Dial-a-Ride Problem with Split Requests and Profits [J]. *Transportation Science*, 2015, 49(2): 311-334.
- [19] JORGENSEN R, LARSEN J, BERGVINSDOTTIR K. Solving the Dial-a-Ride problem using genetic algorithms [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2007, 58(10): 1321-1331.
- [20] STEINBRUNN M, MOERKOTTE G, KEMPER A. Heuristic and Randomized Optimization for the Join Ordering Problem [J]. *The VLDB Journal*, 1997, 6(3): 191-208.
- [21] KIRKPATRICK S. Optimization by Simulated Annealing: Quantitative Studies [J]. *Journal of Statistical Physics*, 1984, 34: 975-986.
- [22] GLOVER F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence [J]. *Computers & Operations Research*, 1986, 13(5): 533-549.
- [23] CORDEAU J F, LAPORTE G. A tabu search heuristic for the static multi-vehicle dial-a-ride problem [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2003, 37(6): 579-594.
- [24] MLADENOVIĆ N, HANSEN P. Variable neighborhood search [J]. *Computers & Operations Research*, 1997, 24(11): 1097-1100.
- [25] PARRAGH S N, DOERNER K F, HARTL R F. Variable neighborhood search for the dial-a-ride problem [J]. *Computers & Operations Research*, 2010, 37(6): 1129-1138.
- [26] ROPKE S, PISINGER D. An Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows [J]. *Transportation Science*, 2006, 40: 455-472.
- [27] GSCHWIND T, DREXL M. Adaptive Large Neighborhood Search with a Constant-Time Feasibility Test for the Dial-a-Ride Problem [J]. *Transportation Science*, 2019, 53(2): 480-491.
- [28] MASMOUDI M A, HOSNY M, BRAEKERS K, et al. Three effective metaheuristics to solve the multi-depot multi-trip heterogeneous dial-a-ride problem [J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2016, 96: 60-80.